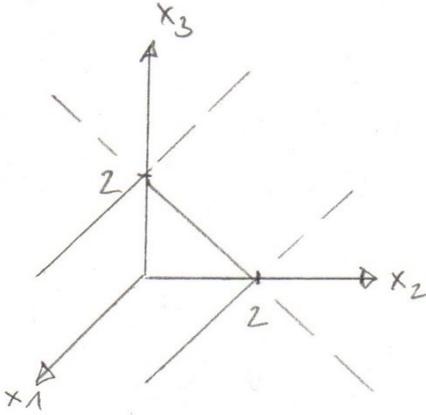


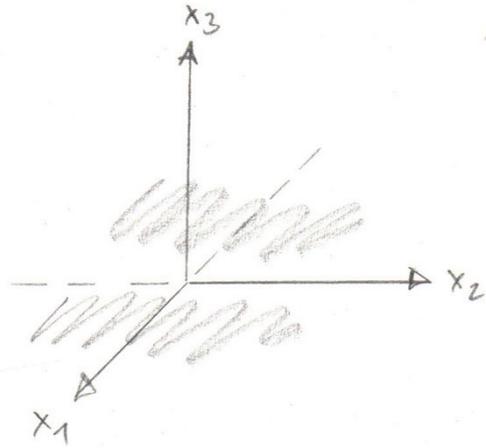
Besondere Lage von Ebenen im Raum Übung

1. Beschreiben Sie die besondere Lage folgender Ebenen im Raum. Geben Sie ihre Gleichung in Koordinatenform an.

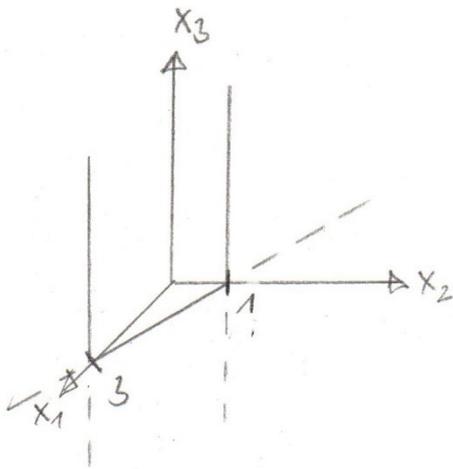
a)



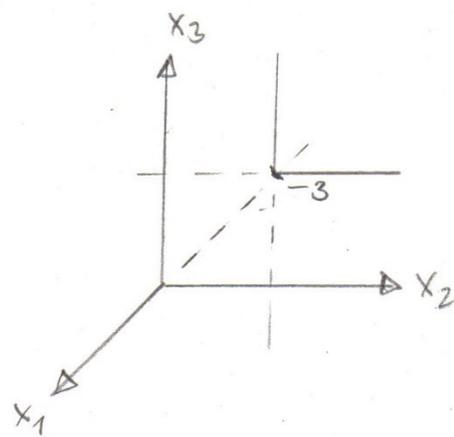
b)



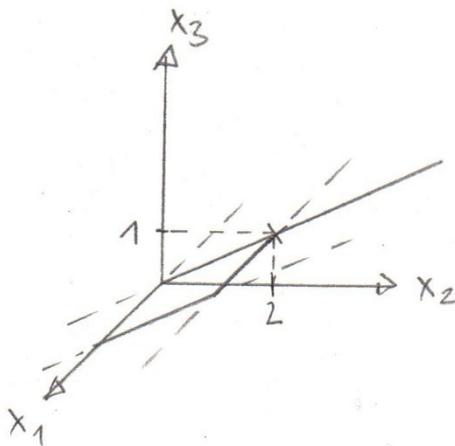
c)



d)



e)



2. Geben Sie die besondere Lage der Ebenen im Koordinatensystem an!

a) $E: 2x_1 + 3x_3 = 4$

b) $E: x_2 + 5 = 0$

c) $E: 3x_1 = 2x_3$

d) $E: x_1 = 0$

e) $E: x_1 + x_2 = 1$

f) $E: x_2 - x_3 = 0$

3. Begründen Sie: Enthält die Ebene $E: ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$ den Koordinatenursprung, dann ist $d = 0$.

4. Bestimmen Sie die besondere Lage in Abhängigkeit vom Parameter $a \in \mathbb{R}$.

a) $E_a: 2x_1 + ax_2 + 3x_3 = 1$

b) $F_a: 2(a - 2)x_1 + (a + 1)x_2 + x_3 = a + 1$

c) $G_a: (a - 3)x_1 + 2x_2 = 4$

Besondere Lage von Ebenen im Raum

Lösung

1.

- a) Die Ebene ist echt parallel zur x_1 - Achse. $E: \frac{x_2}{2} + \frac{x_3}{2} = 1$ bzw. $E: x_2 + x_3 = 2$
- b) E ist die $x_1 - x_2$ - Ebene. $E: x_3 = 0$
- c) E ist echt parallel zur x_3 - Achse. $E: \frac{x_1}{3} + \frac{x_2}{1} = 1$ bzw. $E: x_1 + 3x_2 = 3$
- d) Die Ebene ist echt parallel zur $x_2 - x_3$ - Ebene. $E: x_1 = -3$ bzw. $E: x_1 + 3 = 0$
- e) E enthält die x_1 -Achse, daher sind $b = 0$ und $d = 0$:

$$E: bx_2 + cx_3 = 0$$

Der Punkt $P(0; 2; 1)$ liegt auf der Ebene, durch Einsetzen ergibt sich der Zusammenhang $2b + c = 0$. Es kann beispielsweise $b = 2$ und $c = 1$ gewählt werden, so dass gilt

$$E: 2x_2 + x_3 = 0$$

2.

- a) E ist echt parallel zur x_2 - Achse.
- b) E ist echt parallel zur $x_1 - x_3$ - Ebene.
- c) E enthält die x_2 - Achse
- d) E ist die $x_2 - x_3$ - Ebene selbst.
- e) E ist echt parallel zur x_3 - Achse
- f) E enthält die x_1 - Achse

3. Einfaches Einsetzen des Koordinatenursprungs ergibt die Behauptung.

4.

- a) Für $a = 0$ ist E_0 echt parallel zur x_2 - Achse (ansonsten keine besondere Lage).
- b) Für $a = 2$ ist E_2 echt parallel zur x_1 - Achse,
für $a = -1$ enthält E_{-1} die x_2 - Achse (ansonsten keine besondere Lage).
- c) $a = 3$ ist E_3 parallel zur $x_1 - x_2$ - Ebene,
ansonsten ist E_a nur parallel zur x_3 - Achse.