

## Funktionen Übung

1. Entscheiden Sie, ob es sich bei den Zuordnungen um Funktionen handelt.

- Tageszeit eines Orts  $\mapsto$  Temperatur des Orts
- Körpergröße eines Menschen  $\mapsto$  Gewicht des Menschen
- Zahl  $x \in \{-1; 0; 1; 2\} \mapsto$  Quadratzahl von  $x$ .

2. Füllen Sie die Lücken des Texts!

Eine Funktion ist eine ..., die jeder Größe aus dem ... eindeutig eine Größe aus dem ... zuordnet. Funktionen können graphisch, als Zuordnungsvorschrift oder auch als ... dargestellt werden. Grundlegende Funktionen sind ... in der Form  $f(x) = ax + b$  oder quadratische Funktionen, welche die Form ... besitzen.

3. Bei der mathematischen Betrachtung natürlicher, technischer oder auch alltäglicher Vorgänge hängt der Wert einer Größe oft vom Wert einer anderen Größe ab, wie zum Beispiel

- der Benzinverbrauch eines Autos hängt von der gefahrenen Geschwindigkeit ab.
- die gemessene Außentemperatur hängt von der Tageszeit ab.
- der Zinsertrag eines Kapitals hängt bei fester Laufzeit vom Zinssatz ab.

Nennen Sie drei weitere Beispiele für solche Abhängigkeiten.

4. Sie haben sieben Türen  $T_1$  bis  $T_7$  und vier verschiedene Schlüssel  $S_1$  bis  $S_4$ . Schlüssel 1 öffnet die Türen 1 und 7, Schlüssel 3 Tür 5 und Schlüssel 4 Tür 6.  $S_2$  öffnet alle restlichen Türen. Erstellen Sie eine Tabelle für die Funktion Tür  $\mapsto$  Schlüssel und überprüfen Sie, ob auch die Umkehrung Schlüssel  $\mapsto$  Tür eine Funktion darstellt (kurze Begründung).

5. Prüfen Sie, ob durch die Tabellen eine Funktion dargestellt wird. Geben Sie gegebenenfalls eine Zuordnungsvorschrift an.

a)

x	1	2	3	4	5
y	3	4	5	6	7

b)

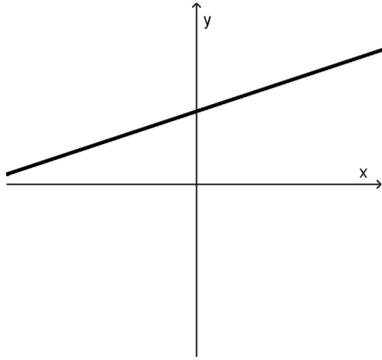
x	-1	0	1	2	3
y	1	0	1	8	27

c)

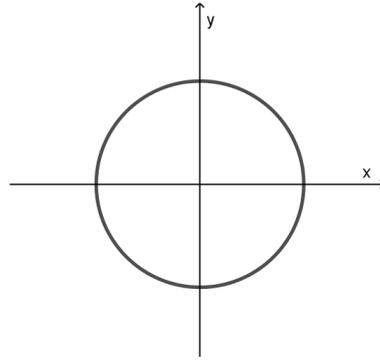
x	5	1	2	1	5
y	1	3	2	2	3

6. Entscheiden Sie, ob es sich um Funktionsgraphen handelt.

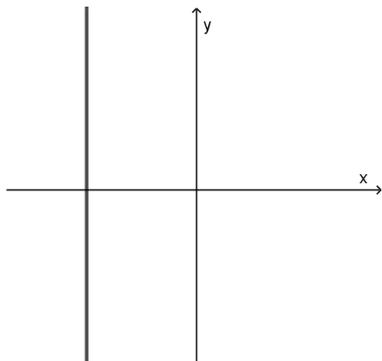
a)



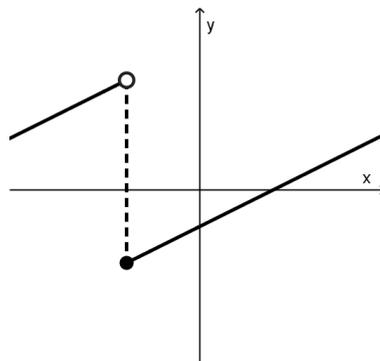
b)



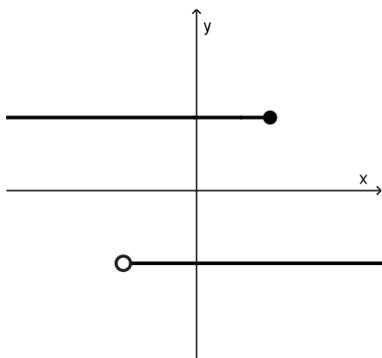
c)



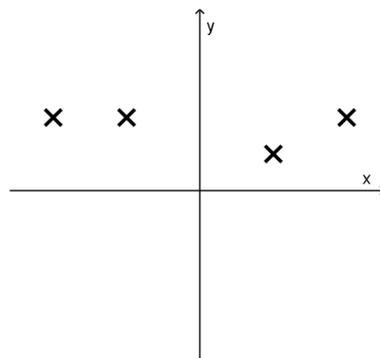
d)



e)



f)



7. Erstellen Sie eine Wertetabelle für folgende Funktionen.

a)  $D = \{1; 2; 3\}; f_1: x \mapsto 2x - 4$

b)  $D = \{2; 4; 6; 8; 10\}; f_2: x \mapsto \frac{1}{4}x^2$

c)  $D = \{1; 3; 6\}; f_3: x \mapsto \frac{1}{x-2}$

8. Bestimmen Sie die Definitionsmenge, Zuordnungsvorschrift und Wertemenge der gegebenen Funktionen.

a) Einer natürlichen Zahl wird ihre Quadratzahl zugeordnet.

b) Eine natürliche Zahl erhält ihren Nachfolger.

c) Einer reellen Zahl wird ihr Dreifaches, vermindert um zwei, zugeordnet.

d) Eine rationale Zahl wird ihrem Reziproken zugordnet.

# Funktionen

## Lösung

1.

- a) Ja, die Zuordnung ist eindeutig.
- b) Nein, zwei Menschen mit gleicher Körpergröße können auch unterschiedliches Gewicht besitzen. Die Zuordnung ist daher nicht eindeutig.
- c) Ja, Zuordnung eindeutig.

2. Zuordnung, Definitionsbereich, Wertebereich, Wertetabelle, lineare Funktionen,  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

3. z.B.

Die **Leistung** eines Verbrennungsmotors hängt von der **Drehzahl** ab.

Die **Fläche** eines Kreises hängt von seinem **Radius** ab.

Die **Stromrechnung** hängt bei konstantem kWh- Preis von der **Energiemenge** ab.

4.

Tür	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>	T <sub>7</sub>
Schlüssel	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>	S <sub>1</sub>

Die Umkehrung ist keine Funktion, da mit einigen Schlüsseln mehrere Türen geöffnet werden können und die Zuordnung damit nicht eindeutig ist.

5.

- a) Ja,  $f: x \mapsto y = x + 2$
- b) Ja,  $f: x \mapsto y = x^3$
- c) Nein, der 1 wird sowohl die 2, als auch die 3 zugeordnet.

6.

- a) Ja.
- b) Nein, den  $x$  - Werten innerhalb des Kreises werden je zwei  $y$  - Werte zugeordnet.  
Bemerkung: Solche Zuordnungen, die nicht eindeutig sind, nennt man **Relation**.
- c) Nein, ein  $x$  - Wert enthält unendlich viele  $y$  - Werte.
- d) Ja. Der Sprung im Graphen ändert nichts an der Eindeutigkeit der Zuordnung.
- e) Nein, innerhalb der beiden Enden besitzt jeder  $x$  - Wert zwei  $x$ -Werte.
- f) Ja. Bemerkung: Die Definitionsmenge  $D$  besteht hier aus vier Werten, die Wertemenge  $W$  lediglich aus zwei.

7.

a)

x	1	2	3
y	-2	0	2

b)

x	2	4	6	8	10
y	1	4	9	16	25

c)

x	1	3	6
y	-1	1	$\frac{1}{4}$

8.

a)  $D = \mathbb{N}$

$$f: x \mapsto x^2$$

$$W = \{1; 4; 9; 16; \dots\} \subset \mathbb{N}$$

b)  $D = \mathbb{N}$

$$f: x \mapsto x + 1$$

$$W = \{2; 3; 4; 5; 6; \dots\} = \mathbb{N} \setminus \{1\}$$

c)  $D = \mathbb{R}$

$$f: x \mapsto 3x - 2$$

$$W = \mathbb{R}$$

d)  $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$$f: x \mapsto \frac{1}{x}$$

$$W = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$$