



## Gebrochen-rationale Funktionen • Grundlagen Übung

1. Der Graph der Funktion  $f(x) = \frac{1}{x}$  heißt **Hyperbel**. Geben Sie die maximale Definitionsmenge dieser Funktion an und begründen Sie, dass sie keine Nullstellen besitzt. Zeichnen Sie anschließend die Hyperbel im Bereich  $x \in [-4; 4]$ .
2. Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge  $D_{\max}$  und alle Nullstellen folgender gebrochen-rationaler Funktionen:
  - a)  $f(x) = \frac{x-2}{x-1}$
  - b)  $f(x) = \frac{2x+6}{-x-3}$
  - c)  $f(x) = \frac{x^2-2x-3}{x^2-x-2}$
  - d)  $f(x) = \frac{x+2}{(x-3)(x-5)(x+4)}$
  - e)  $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$
  - f)  $f(x) = \frac{x^3-2x^2-35x}{x^2+8x+15}$
3. Skizzieren Sie mit Hilfe einer geeigneten Wertetabelle den Graphen der Funktion mit

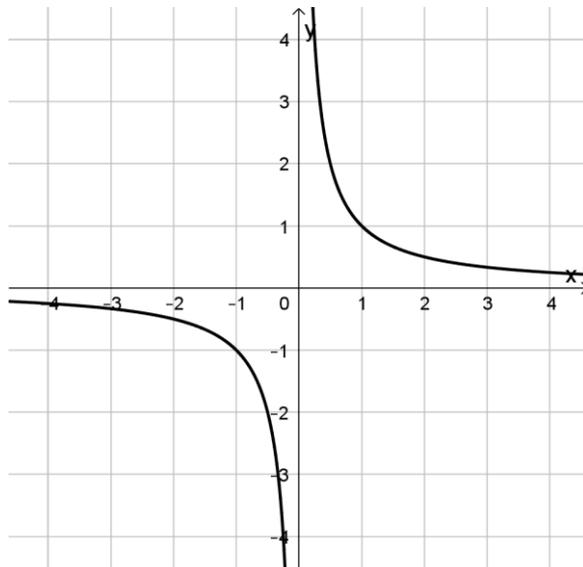
$$f(x) = \frac{\frac{1}{4}x^2 + x - 3}{\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3}$$

im Bereich  $-7 \leq x \leq 6$ .

## Gebrochen-rationale Funktionen • Grundlagen

### Lösung

1.  $D_{\max} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , die Hyperbel besitzt keine Nullstellen, da Ihr Zähler nicht null werden kann.



2.

- a)  $D_{\max} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$   
Nullstelle bei  $x_1 = 2$
- b)  $D_{\max} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$   
Bei  $x_1 = -3$  liegt keine Nullstelle vor, da dieser Wert nicht in  $D_{\max}$  liegt.  
Fazit: Keine Nullstelle.
- c)  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - x - 2} = \frac{(x+1)(x-3)}{(x+1)(x-2)}$   
 $D_{\max} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$   
Nullstelle  $x_1 = 3$ , bei  $x_2 = -1$  liegt wegen  $D_{\max}$  keine Nullstelle vor.
- d)  $D_{\max} = \mathbb{R} \setminus \{-4; 3; 5\}$ , die Definitionslücken können ohne Rechnung abgelesen werden.  
Nullstelle:  $x_1 = -2$
- e)  $D_{\max} = \mathbb{R}$ , der Nenner besitzt keine Nullstellen.  
Nullstellen:  $x_{1/2} = \pm 2$
- f)  $D_{\max} = \mathbb{R} \setminus \{-5; -3\}$   
Nullstellen:  $x_1 = 0$ ;  $[x_2 = -5 \notin D_{\max}]$ ;  $x_3 = 7$

3. Wertetabelle der gebrochen-rationalen Funktion  $f(x) = \frac{\frac{1}{4}x^2 + x - 3}{\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3}$   
 (auf zwei Nachkommastellen gerundet!)

x	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	0,13	0,00	-0,25	-1,00	/	2,00	1,25	1,00	0,88	/	0,75	0,71	0,69	0,67

x	-3,3	-3,2	-3,1	-3,05	-3,01	-2,99	-2,95	-2,9	-2,8	-2,7
f(x)	-4,5	-7,00	-14,50	-29,50	-149,50	150,50	30,50	15,50	8,00	5,50

x	1,7	1,8	1,9	1,95	1,99	2,01	2,05	2,1	2,2	2,3
f(x)	0,82	0,81	0,81	0,80	0,80	0,80	0,80	0,79	0,79	0,78

