



Gebrochen-rationale Funktionen • Symmetrie Übung

1. Untersuchen Sie, ob die Graphen folgender Funktionen symmetrisch zum Koordinatensystem sind. Geben Sie gegebenenfalls die Art der Symmetrie an.

a) $f_1(x) = \frac{3}{x^2-1}$

b) $f_2(x) = \frac{x}{x^2+5}$

c) $f_3(x) = \frac{1}{x+2}$

d) $f_4(x) = \frac{x^2+3}{x^2-9}$

e) $f_5(x) = \frac{-x^3+x}{x^3+x}$

f) $f_6(x) = \frac{\frac{1}{2}x^5+x^4}{x^4-x^3+1}$

2. Zeigen Sie anhand der Funktionswerte an den Stellen $x_1 = -2$ und $x_2 = 2$, dass der Graph der Funktion $f(x) = \frac{-2x+4}{3x+4}$ keine Symmetrie bezüglich des Koordinatensystems aufweist.
3. Begründen Sie, dass der Graph einer gebrochen-rationale Funktion der Form $f(x) = \frac{g(x)}{(x+1)(x-2)}$ in ihrem maximalen Definitionsbereich niemals symmetrisch zum Koordinatensystem sein kann. Beim Zähler $g(x)$ handelt es sich dabei um eine beliebige ganzrationale Funktion.
4. Bestimmen Sie die Parameter jeweils so, dass eine Symmetrie bezüglich des Koordinatensystems vorliegt. Geben sie die Art der Symmetrie an.

a) $f_a(x) = \frac{x^2+(a-2)x+1}{x^2-4}; a \in \mathbb{R}$

b) $f_b(x) = \frac{x^3+x^2+bx^2}{(x+1)(x-1)}; b \in \mathbb{R}$

Gebrochen-rationale Funktionen • Symmetrie

Lösung

1.

- a) Der Graph G_{f_1} ist achsensymmetrisch zur y-Achse, weil $f(-x) = f(x)$.
- b) G_{f_2} ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung, da $f(-x) = -f(x)$.
- c) G_{f_3} ist nicht symmetrisch zum Koordinatensystem.
- d) G_{f_4} ist achsensymmetrisch zum Koordinatensystem.
- e) G_{f_5} ist achsensymmetrisch zum Koordinatensystem.
- f) G_{f_6} ist nicht symmetrisch zum Koordinatensystem.

2. $f(-2) = 0$ und $f(2) = -4$. Da die Funktionswerte weder identisch noch Negative voneinander sind, kann der Graph von f keine Symmetrie zum Koordinatensystem aufweisen.

3. Die Funktion f besitzt die maximale Definitionsmenge $D_{\max} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$. Da dieser Bereich nicht symmetrisch zum Koordinatensystem liegt, kann auch der Graph von f selbst es nicht sein.

4.

- a) Der Graph G_{f_a} ist achsensymmetrisch zur y-Achse für $a = 2$.
- b) Der Graph G_{f_b} ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung für $b = -1$.