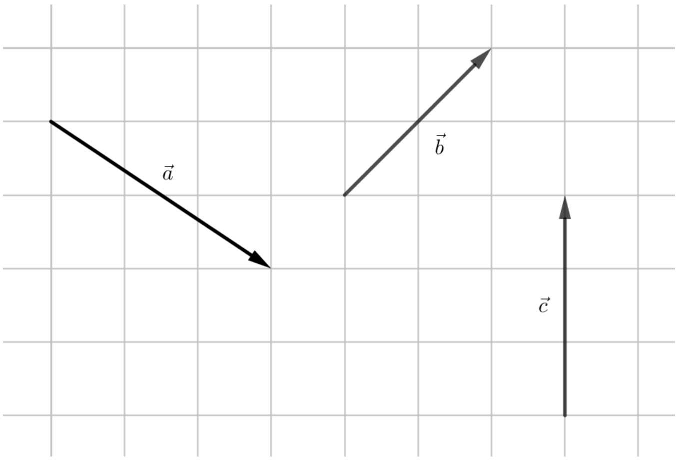
Linearkombinationen
Übung

1. Bestimmen Sie folgende Vektoren zeichnerisch und rechnerisch.

   a) $\vec{a} + \vec{b}$
   b) $\vec{c} + \vec{a}$
   c) $\vec{b} - \vec{c}$
   d) $2\vec{c}$
   e) $\vec{c} - 2\vec{b} + \vec{a}$
   f) $2\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$



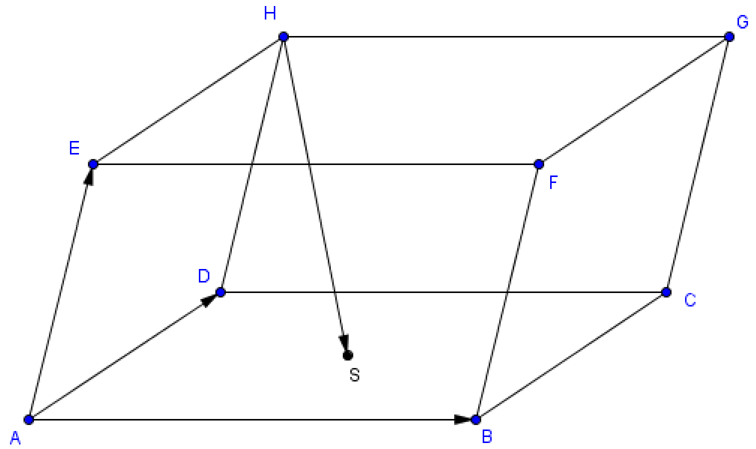
2. Gegeben sind im $\mathbb{R}^3$ die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie:

   a) $\vec{a} + \vec{b}$
   b) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
   c) $3\vec{b}$
   d) $\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$
   e) $-3\vec{a} + 2\vec{b} + 4\vec{c}$

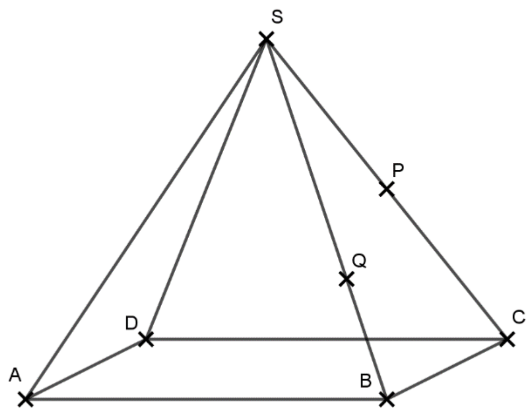
3. Prüfen Sie, ob sich der Vektor $\vec{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ durch $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ darstellen läßt.

4. Stellen Sie den Vektor $\vec{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ durch $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ dar.

5. Im $\mathbb{R}^3$ ist ein Parallelflach ABCDEFGH festgelegt (vgl. Skizze, nicht maßstabsgetreu). S ist der Mittelpunkt im Parallelogramm ABCD. Drücken Sie den Vektor $\overrightarrow{HS}$ durch die Vektoren $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ und $\overrightarrow{AE}$ aus.



6. Untenstehende Pyramide besitzt als Grundfläche das Rechteck ABCD und die Spitze S. P ist der Mittelpunkt der Strecke $\overline{CS}$; Q liegt auf $\overline{BS}$ und teilt diese im Verhältnis $|\overline{BQ}|:|\overline{QS}| = 1:2$.
Drücken Sie die Vektoren $\overrightarrow{AP}$ und $\overrightarrow{DQ}$ durch $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ und $\overrightarrow{AS}$ aus.



Linearkombinationen
Lösung

1. Es ist $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$
   a) $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$
   b) $\vec{c} + \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$
   c) $\vec{b} - \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$
   d) $2\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$
   e) $\vec{c} - 2\vec{b} + \vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$
   f) $2\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

2.
   a) $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$
   b) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
   c) $3\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$
   d) $\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$
   e) $-3\vec{a} + 2\vec{b} + 4\vec{c} = \begin{pmatrix} 17 \\ 12 \\ -1 \end{pmatrix}$

3. Ja, es ist $\vec{d} = 1 \cdot \vec{a} + 1 \cdot \vec{b} + 2 \cdot \vec{c}$

4. $\vec{d} = 2 \cdot \vec{a} - 2 \cdot \vec{b} + 1 \cdot \vec{c}$

5. $\overrightarrow{HS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AE}$

6. $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AS}$
   $\overrightarrow{DQ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AS}$