



Mengenoperationen Übung

1. Erläutern Sie knapp folgende Begriffe.

- a) Schnittmenge
- b) Vereinigungsmenge
- c) Restmenge

2. Gegeben sind die Mengen $A = \{b; c; d; e\}$ und $B = \{d; e; f; g\}$. Bestimmen Sie:

- a) $A \cap B$
- b) $A \cup B$
- c) $A \setminus B$

3. Gegeben sind die Mengen $A = \{6; 7; 8\}$ und $B = \{4; 7; 9\}$. Ermitteln Sie:

- a) $A \cup B$
- b) $A \cap B$
- c) $A \setminus B$
- d) $B \setminus A$

4. Bestimmen Sie die folgenden Mengen, wenn A, B und C gegeben sind mit

$$A = \{1; 2; 3\}, B = \{3; 4; 5\} \text{ und } C = \{2; 4; 6\}.$$

- a) $A \cup B$
- b) $A \cup C$
- c) $(A \cup B) \cap C$
- d) $B \cup C$
- e) $(A \cup C) \cap (B \cup C)$
- f) $(A \cap B) \cup (B \cap C)$

5. Es ist $A = \{6; 11; 17\}$, $B = \{5; 7; 13; 19\}$, $C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 10 \leq x \leq 20\}$ und $D = \{x \mid x \in \mathbb{P} \wedge x < 20\}$. \mathbb{P} ist dabei die Menge aller Primzahlen. Schreiben Sie folgende Mengen in aufzählender Form.

- a) $A \cup B$
- b) $\{x \mid x \in A \wedge x \in C\}$
- c) $A \cap B$
- d) $C \cap D$
- e) $\{x \mid x \in A \vee x \in C\}$
- f) $(B \cap C) \cap D$

6. Gegeben sind die Mengen

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$$

B ist die Menge aller Primzahlen.

C ist die Menge aller natürlichen Zahlen, die durch 3 teilbar sind.

$$D = \{2 \cdot k \text{ mit } k \in \mathbb{N}\}$$

$$E = \{1; 3; 5; \dots; 99\}$$

$$F = \{2; 5; 67; 23; 87; 12; 35; 3; 54; 6\}$$

$$G = \{1; 2; 10 \cdot k \text{ mit } k \in \mathbb{Z}\}$$

Mit der **Mächtigkeit** $|M|$ einer Menge M wird die Anzahl ihrer Elemente bezeichnet.

Beispielsweise ist $|A| = 10$ und $|B| = \infty$.

Bestimmen Sie die Mächtigkeit folgender Mengen.

- a) $A \cap B; C \cap D; D \cap E$
- b) $A \cup E; A \times E; C \cap E$
- c) $A \cap F; A \cup F; A \setminus F; F \setminus A$
- d) $A \cap G; A \cup E \cup F$

Mengenoperationen

Lösung

1.

- a) Die **Schnittmenge** ist diejenige Menge, deren Elemente sowohl in der einen als auch in der anderen Ausgangsmenge enthalten sind.
- b) Die **Vereinigungsmenge** ist diejenige Menge, deren Elemente entweder in der einen Menge oder in der anderen Menge oder in beiden enthalten sind.
- c) Die **Restmenge** A ohne B zweier Mengen A und B ist die Menge der Elemente, die in der Menge A, aber nicht in der Menge B enthalten sind.

2.

- a) $A \cap B = \{d; e\}$
- b) $A \cup B = \{b; c; d; e; f; g\}$
- c) $A \setminus B = \{b; c\}$

3.

- a) $A \cup B = \{4; 6; 7; 8; 9\}$
- b) $A \cap B = \{7\}$
- c) $A \setminus B = \{6; 8\}$
- d) $B \setminus A = \{4; 9\}$

Hinweis: Wie man an der Aufgabe sieht, gilt das Kommutativgesetz nicht für die Restmenge, d.h. $A \setminus B$ ergibt etwas anderes als $B \setminus A$. Bei der Vereinigung bzw. Schnittmenge gilt dies offenbar schon: $A \cup B = B \cup A$ und $A \cap B = B \cap A$.

4.

- a) $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$
- b) $A \cup C = \{1; 2; 3; 4; 6\}$
- c) $(A \cup B) \cap C = \{2; 4\}$
- d) $B \cup C = \{2; 3; 4; 5; 6\}$
- e) $(A \cup C) \cap (B \cup C) = \{2; 3; 4; 6\}$
- f) $(A \cap B) \cup (B \cap C) = \{3\} \cup \{4\} = \{3; 4\}$

5.

$$\begin{aligned}C &= \{10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20\} \\D &= \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19\}\end{aligned}$$

- a) $A \cup B = \{5; 6; 7; 11; 13; 17; 19\}$
- b) $\{x | x \in A \wedge x \in C\} = A \cap C = \{11; 17\}$
- c) $A \cap B = \emptyset$
- d) $C \cap D = \{11; 13; 17; 19\}$
- e) $\{x | x \in A \vee x \in C\} = A \cup C = \{6; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20\}$
- f) $(B \cap C) \cap D = \{13; 19\} \cap \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19\} = \{13; 19\}$

6.

a) $|A \cap B| = |\{2; 3; 5; 7\}| = 4$

$|C \cap D| = \infty$ Vielfache von 6

$|D \cap E| = |\emptyset| = 0$

b) $|A \cup E| = 55$

$|A \times E| = |A| \cdot |E| = 10 \cdot 50 = 500$

$|C \cap E| = 17$

c) $|A \cap F| = |\{2; 3; 5; 6\}| = 4$

$|A \cup F| = |A| + |F| - |A \cap F| = 10 + 10 - 4 = 16$

$|A \setminus F| = |A| - |A \cap F| = 10 - 4 = 6$

$|F \setminus A| = |F| - |A \cap F| = 10 - 4 = 6$

d) $|A \cap G| = |\{1; 2; 10\}| = 3$

$|A \cup E \cup F| = 55 + 2 = 57$