# Ortsvektoren
# Übung

1. Berechnen Sie die Koordinaten des Mittelpunkts M der Strecke $\overline{AB}$.

   a) $A(-5; 1; 3)$ und $B(1; -1; 3)$

   b) $A(3; 2; 2)$ und $B(-1; 2; 6)$

2. Ein Dreieck besitzt die Eckpunkte $A(0; 1; 2)$, $B(-1; 3; -5)$ und $C(-2; -1; 4)$.

   a) Erstellen Sie eine beschriftete Skizze des Dreiecks ABC.

   b) Berechnen Sie die Koordinaten der Mittelpunkte $M_a$, $M_b$ und $M_c$ der Dreiecksseiten.

   c) Welche Koordinaten besitzt der Schwerpunkt S?

3. Vom Parallelogramm ABCD sind die Punkte $A(1; 4; 0)$, $B(-2; 6; -3)$ und $D(-5; -1; 3)$ bekannt.

   a) Erstellen Sie eine Skizze des Parallelogramms ABCD.

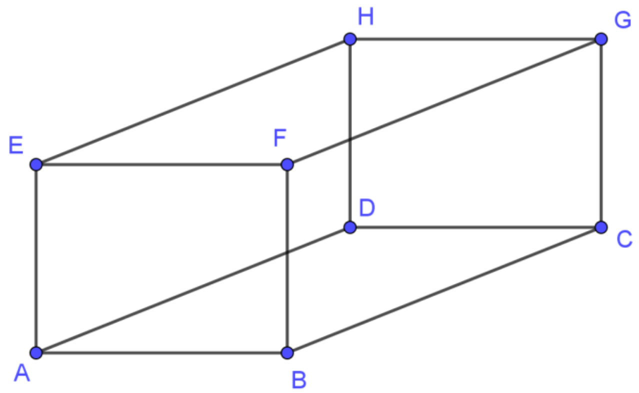
   b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts C so, dass ein Parallelogramm entsteht. Geben Sie die besondere Lage der Diagonalen $\overline{AC}$ im Koordinatensystem an.

   c) Berechnen Sie die Koordinaten des Seitenmittelpunkts M von $\overline{BC}$ sowie des Diagonalenschnittpunkts S.

   d) Der Punkt $B'$ entsteht durch Spiegelung von B am Zentrum D. Berechnen Sie die Koordinaten von $B'$.

4. Vom Parallelogramm ABCD sind die Punkte $C(1; -1; 2)$, $D(0; 4; -3)$ sowie des Schwerpunkts $S(-0{,}5; 1; 3)$ bekannt. Berechnen Sie die Koordinaten von A und B.

5. Im $\mathbb{R}^3$ ist ein Quader ABCDEFGH durch $A(0;6;-3)$, $B(0;2;1)$, $C(0;5;4)$ und den Vektor $\overrightarrow{AF} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$ festgelegt, vergleiche Skizze.




a) Berechnen Sie die Koordinaten des Diagonalenschnittpunkts M im Rechteck ABFE.

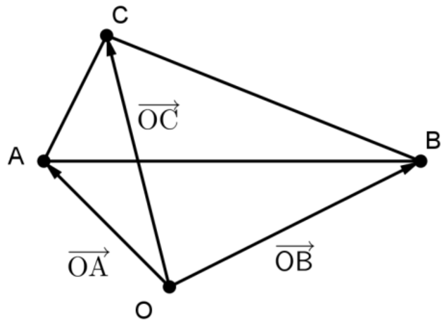
b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts G.

c) Der Quader wird nun in Richtung des Vektors $\overrightarrow{EH}$ über den Punkt H hinaus um das Dreifache verlängert. Ermitteln Sie die Koordinaten des neuen, sich aus H ergebenden Eckpunkts $H'$.

**Ortsvektoren**
**Lösung**

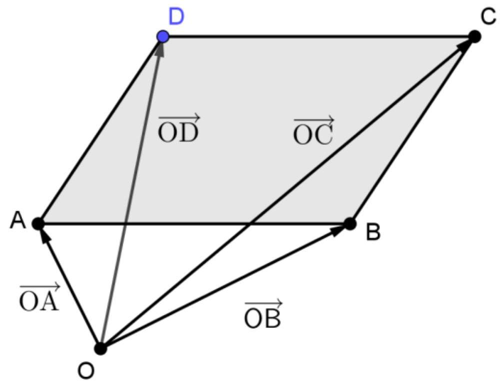
1.
a) $M(-2; 0; 3)$
b) $M(1; 2; 4)$

2.
a)




b) $M_a(-1{,}5; 1; -0{,}5)$, $M_b(-1; 0; 3)$, $M_c(-0{,}5; 2; -1{,}5)$
c) $S\left(-1; 1; \frac{1}{3}\right)$

3.
a)




b) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow C(-8; 1; 0)$
Die Diagonale $\overline{AC}$ liegt in der $x_1 - x_2$ – Ebene.
c) $M(-5; 3{,}5; -1{,}5)$, $S(-3{,}5; 2{,}5; 0)$
d) $\overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OB} + 2 \cdot \overrightarrow{BD}$; $B'(-8; -8; 9)$

4. $A(-2; 3; 4)$, $B(-1; -2; 9)$

5.

a) $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AF} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow M(2{,}5;\, 4;\, -1)$

b) $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BC} \Rightarrow G(5;\, 5;\, 4)$

c) $\overrightarrow{OH'} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BF} + 3 \cdot \overrightarrow{BC} \Rightarrow H'(5;\, 15;\, 6)$