



Ableitungsregeln - Übersicht

Info

1. Die Potenzregel

Die Potenzregel benutzt man, wenn man die Ableitung von Potenzfunktionen $f(x) = x^n$ bestimmen möchte.

Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt: $f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

Beispiel: $f(x) = x^5 \Rightarrow f'(x) = 5 \cdot x^4$

Tatsächlich gilt die Potenzregel sogar für jeden reellen Exponenten und nicht nur für natürliche Zahlen.

2. Additive Konstante

Eine additive Konstante fällt beim Ableiten weg.

$f(x) = u(x) + c \Rightarrow f'(x) = u'(x)$

Beispiel: $f(x) = x^5 + 3 \Rightarrow f'(x) = 5x^4$

3. Faktorregel

Ein konstanter Faktor bleibt beim Ableiten erhalten.

$f(x) = k \cdot u(x) \Rightarrow f'(x) = k \cdot u'(x)$

Beispiel: $f(x) = 6 \cdot x^3 \Rightarrow f'(x) = 6 \cdot 3x^2 = 18x^2$

4. Summenregel

Die einzelnen Summenglieder einer Funktion können getrennt abgeleitet werden.

$f(x) = u(x) + v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Beispiel: $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 3,25 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 6x + 1$

5. Produktregel

Die Produktregel wird verwendet, wenn ein Produkt abgeleitet werden soll.

$$f(x) = u(x) \cdot v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

Beispiel: $f(x) = (x^2 + 2) \cdot e^x$

Hier ist $u(x) = x^2 + 2$ $u'(x) = 2x$
und $v(x) = e^x$ $v'(x) = e^x$

$$f'(x) = 2x \cdot e^x + (x^2 + 2) \cdot e^x = (2x + x^2 + 2) \cdot e^x = (x^2 + 2x + 2) \cdot e^x$$

6. Kettenregel

Die Kettenregel benutzt man, wenn eine zusammengesetzte (d.h. verkettete) Funktion vorliegt.

$$f(x) = u(v(x)) \Rightarrow f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$$

Beispiel: $f(x) = (x^4 - 4x^3)^9$

Äußere Funktion: $u(x) = x^9$ $u'(x) = 9x^8$
Innere Funktion: $v(x) = (x^4 - 4x^3)$ $v'(x) = 4x^3 - 12x^2$

$f'(x) = 9 \cdot (x^4 - 4x^3)^8 \cdot (4x^3 - 12x^2)$,
ein Ausmultiplizieren wäre hier nicht sinnvoll und sehr aufwändig.

7. Quotientenregel

Die Quotientenregel wird verwendet, um einen Quotienten (z.B. eine gebrochen-rationale Funktion) abzuleiten.

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$$

Beispiel: $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{3x + 1}$

Zählerfunktion: $u(x) = x^2 - 2x$ $u'(x) = 2x - 2$
Nennerfunktion: $v(x) = 3x + 1$ $v'(x) = 3$

$$f'(x) = \frac{(2x-2) \cdot (3x+1) - (x^2-2x) \cdot 3}{(3x+1)^2} = \frac{6x^2+2x-6x-2-(3x^2-6x)}{(3x+1)^2} = \frac{6x^2-4x-2-3x^2+6x}{(3x+1)^2} = \frac{3x^2-10x-2}{(3x+1)^2}$$

Merkregel zur Quotientenregel: $\frac{\text{NAZ} - \text{ZAN}}{N^2}$