

## Allgemeine Exponentialfunktion

Wie viel Geld werden aus 100 000 €...

- a) ...bei 23% p.a. nach einem Jahr?
- b) ...bei 23% p.a. nach zehn Jahren?
- c) ...bei 23% p.a. nach 67 Jahren?

$$\begin{aligned}
 100\,000 \text{ €} \cdot 1,23 &= 123\,000 \text{ €} \\
 100\,000 \text{ €} \cdot 1,23^{10} &= 792\,594,61 \text{ €} \\
 100\,000 \text{ €} \cdot 1,23^{67} &= 105\,594\,784\,069,78 \text{ €}
 \end{aligned}$$

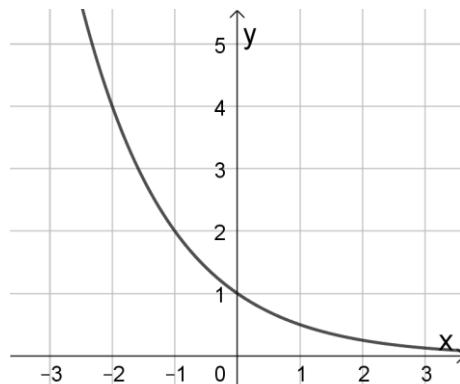
Die Funktion  $f: x \mapsto a \cdot b^x$  mit  $a \neq 0, b \in \mathbb{R}^+, b \neq 1$  heißt **allgemeine Exponentialfunktion**.

**Eigenschaften der allgemeinen Exponentialfunktion (für  $a > 0$ ):**

1. Sie ist stetig und differenzierbar in ihrer Definitionsmenge  $D_f = \mathbb{R}$ .
2. Ihr Graph  $G_f$  schneidet die y-Achse in  $S_y(0; a)$ .  $a$  wird häufig auch **Startwert** genannt.
3. Die Basis  $b$  ist der sogenannte **Wachstumsfaktor**. Dieser muss positiv sein. Auch der Wert  $b = 1$  ist nicht sinnvoll, da die Funktion ansonsten eine Konstante wäre. Wir unterscheiden zwei Möglichkeiten:

**$0 < b < 1$**

- $G_f$  ist streng monoton fallend
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} a \cdot b^x = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} a \cdot b^x = 0$



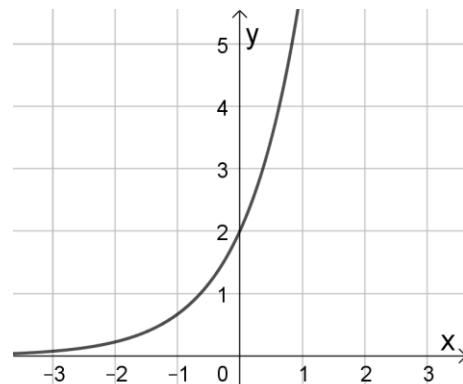
$$\text{Graph von } f(x) = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x}$$

Wertetabelle von  $f$ :

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

**$b > 1$**

- $G_f$  ist streng monoton steigend
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} a \cdot b^x = 0$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} a \cdot b^x = \infty$



$$\text{Graph von } f(x) = 2 \cdot 3^x$$

Wertetabelle:

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{3}$	2	6	18

4.  $f$  besitzt keine Nullstellen und die x-Achse ist horizontale Asymptote. Die Wertemenge ist  $W_f = \mathbb{R}^+$ .