Binomialverteilung
Info

Eine Zufallsgröße X mit den Zufallszahlen k ($0 \le k \le n$) ist nach $B(n; p)$ **binomial verteilt**, wenn gilt:

$$P(X = k) = B(n; p; k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}, k = 0,1,2,\ldots, n.$$

Die **kumulative Verteilungsfunktion** der Binomialverteilung lautet:

$$P(X \le k) = F_p^n\,(k) = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i} \text{ für } k = 0,1,2,\ldots, n.$$

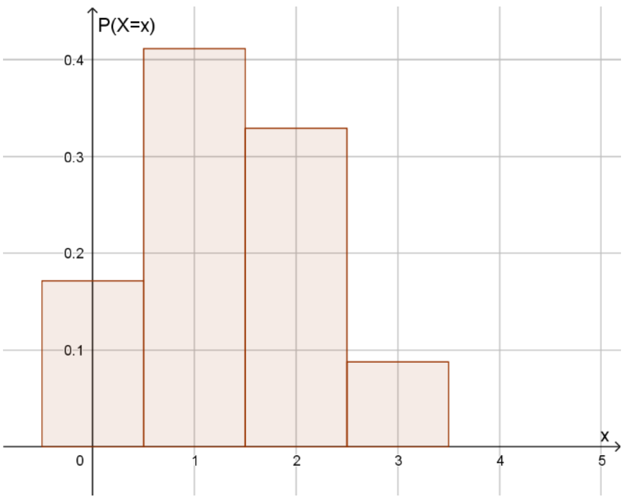
(Aufsummieren der Wahrscheinlichkeiten bis k)

Beispiel:
In einer Urne befinden sich vier rote und fünf gelbe Kugeln. Es werden drei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der roten Kugeln.

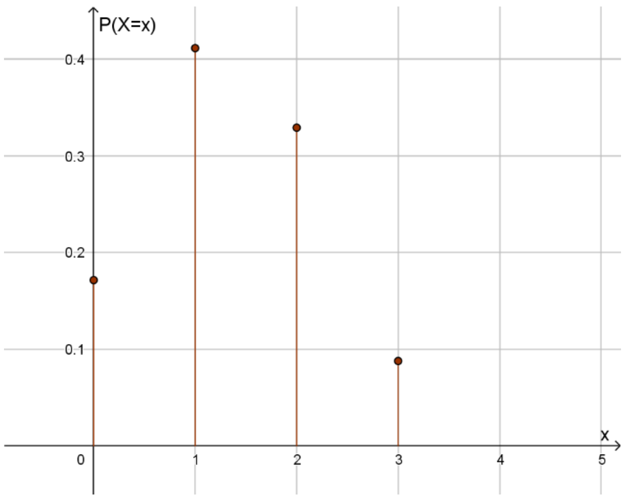
Die Teilexperimente sind voneinander unabhängig und je Experiment gibt es nur zwei verschiedene Merkmale, es handelt sich also um eine binomial verteilte Zufallsgröße mit $n = 3$ und $p = \frac{4}{9}$.
Binomialverteilung: $B\left(3; \frac{4}{9}; k\right) = \binom{3}{k} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^k \cdot \left(\frac{5}{9}\right)^{3-k}$ mit $k = 0; 1; 2; 3.$

Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X:

k	0	1	2	3
$P(X = k)$	0,1715	0,4115	0,3292	0,0878



Histogramm



Stabdiagramm

kumulative Verteilungsfunktion F_p^n der Zufallsgröße X:

k	0	1	2	3
$P(X \le k)$	0,1715	0,5830	0,9122	1

Der **Erwartungswert** $E(X)$, die **Varianz** $Var(X)$ und die **Standardabweichung** σ einer binomial verteilten Zufallsgröße lauten

$$\boxed{\begin{aligned} &E(X) = \mu = n \cdot p \\ &Var(X) = \sigma^2 = n \cdot p \cdot q \\ &\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} \end{aligned}}$$