Bruchterme

Terme mit mindestens einem Nenner, in dem sich eine Variable befindet, heißen **Bruchterme**.

Es existieren vielfältige Beispiele wie der Ausdruck $\frac{7x+9}{2x+3}$ oder $3+\frac{1}{x}+x^2$. Auch $\frac{ax+by}{cx^2+dy^2}$ ist ein Bruchterm.

Der **Zählerterm** ist der Ausdruck im Bruch oberhalb, der **Nennerterm** liegt unterhalb des Bruchstrichs.

1. Grundmenge und Definitionsmenge

Enthält der Bruchterm nur eine Variable, dann versteht man unter der **Grundmenge G** diejenige Zahlenmenge, die für die Belegung der Variablen zugelassen ist. Die Grundmenge ist in der Regel vorgegeben, meistens handelt es sich dabei um die Menge der rationalen Zahlen $(G = \mathbb{Q})$ oder die der reellen Zahlen $(G = \mathbb{R})$.

Die **maximale Definitionsmenge D_{max}** enthält nur die Zahlen aus der Grundmenge, mit denen der zugehörige Wert des Terms auch tatsächlich berechnet werden kann. D_{max} erhält man bei Bruchtermen, indem man diejenigen Zahlen der Grundmenge streicht, für die der Nenner den Wert Null annimmt. Im Bruchterm

$$\frac{2x+3}{2x+6}$$

beispielsweise würde der Nenner für $x = -3$ den Wert Null annehmen, so dass diese Zahl auszuschließen ist: Hier ist $D_{max} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$. Bei quadratischen oder noch komplizierteren Nennern muss gelegentlich ein höherer Aufwand zur Bestimmung von D_{max} betrieben werden.

2. Erweitern

Zähler und Nenner eines Bruchterms können mit dem gleichen Faktor ungleich Null multipliziert werden. Dies nennt man **Erweitern**.

$$\frac{x+1}{x+2} = \frac{(x+1)\cdot(x-1)}{(x+2)\cdot(x-1)} = \frac{x^2-1}{x^2+2x-x-2} = \frac{x^2-1}{x^2+x-2}$$

Achtung: Beim Erweitern kann sich die maximale Definitionsmenge des Bruchterms ändern! Beim ursprünglichen Bruchterm ist $D_{max} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$, beim erweiterten gilt $D_{max} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$. Um dies besser zu erkennen, wird auf das Ausmultiplizieren des Nenners wie im Beispiel oben auch oft verzichtet.

© 2026 www.einfach-mathe-lernen.de

3. Kürzen

Beim **Kürzen** als Umkehrung des Erweiterns können Zähler und Nenner durch denselben Ausdruck ungleich Null geteilt werden. Oft muss, wie im Beispiel, zuerst in Faktoren zerlegt werden, bevor gekürzt werden kann, hier durch $(k - 2)$.

$$\frac{k^2-2k}{3k-6} = \frac{k\cdot(k-2)}{3\cdot(k-2)} = \frac{k}{3}$$

Auch beim Kürzen verändert sich in der Regel die maximale Definitionsmenge. Hier vergrößert sie sich allerdings dann im Gegensatz zum Erweitern.

4. Multiplikation

Bruchterme werden **multipliziert**, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

$$\frac{a+1}{a} \cdot \frac{a-4}{a+2} = \frac{(a+1)\cdot(a-4)}{a\cdot(a+2)} = \frac{a^2+a-4a-4}{a^2+2a} = \frac{a^2-3a-4}{a^2+2a}$$

Vor dem Ausmultiplizieren sollte allerdings geprüft werden, ob nicht möglicherweise gekürzt werden kann (was im Beispiel nicht der Fall ist).

5. Division

Durch einen Bruchterm **teilen** wir, indem wir mit dessen Kehrbruch multiplizieren. Der Zähler und der Nenner des Divisors werden hier vertauscht.

$$\frac{s+1}{s+3} : \frac{s-1}{s+2} = \frac{s+1}{s+3} \cdot \frac{s+2}{s-1} = \frac{(s+1)(s+2)}{(s+3)(s-1)} = \frac{s^2+3s+2}{s^2+2s-3}$$

Wie bei der Multiplikation kann gegebenenfalls gekürzt werden.

6. Addition/Subtraktion gleichnamiger Bruchterme

Bruchterme mit gleichem Nenner (auch **gleichnamige Bruchterme** genannt) können auf einem Bruchstrich **addiert** bzw. **subtrahiert** werden, indem man die Zähler addiert und den gleichen Nenner beibehält.

$$\frac{2}{x^2-1} - \frac{2x-3}{x^2-1} = \frac{2-(2x-3)}{x^2-1} = \frac{-2x+5}{x^2-1}$$

Auch hier gilt: Kürzen wenn möglich!

7. Hauptnenner (HN)

Bruchterme können stets durch geeignetes Erweitern gleichnamig gemacht, das heißt auf denselben Nenner erweitert werden. Der einfachste mögliche Nenner wird dabei **Hauptnenner** genannt.

$$\frac{3}{4x} \text{ und } \frac{2x+1}{10x(2x+3)}$$

besitzen den Hauptnenner $20 \cdot x \cdot (2x + 3) = 20 \cdot (2x^2 + 3x)$.

© 2026 www.einfach-mathe-lernen.de

8. Addition/Subtraktion ungleichnamiger Bruchterme

Bruchterme mit unterschiedlichen Nennern müssen erst auf den **Hauptnenner** erweitert werden, bevor sie **addiert/subtrahiert** werden können.

$$\frac{3x+3}{5x-5}+\frac{x+4}{5x+10}$$

$$=\frac{3x+3}{5(x-1)}+\frac{x+4}{5(x+2)} \quad \text{Nenner faktorisieren}$$

$$=\frac{(3x+3)(x+2)}{5(x-1)(x+2)}+\frac{(x+4)(x-1)}{5(x-1)(x+2)} \quad \text{auf HN erweitern}$$

$$=\frac{(3x+3)(x+2)+(x+4)(x-1)}{5(x-1)(x+2)} \quad \text{auf einen Bruch schreiben}$$

$$=\frac{3x^2+6x+3x+6+x^2-x+4x-4}{5(x-1)(x+2)} \quad \text{ausmultiplizieren}$$

$$=\frac{4x^2+12x+2}{5(x-1)(x+2)} \quad \text{Zähler vereinfachen}$$

© 2026 www.einfach-mathe-lernen.de