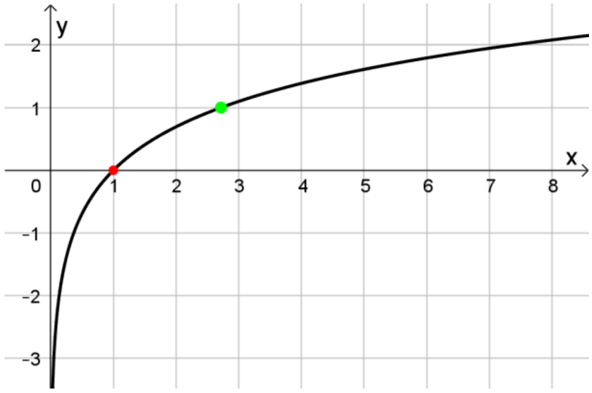
Eigenschaften der ln – Funktion



Graph der Funktion $f: x \mapsto \ln(x)$

- $\ln(1) = 0$
- $\ln(e) = 1$

Der natürliche Logarithmus ist die Umkehrfunktion der e-Funktion.
Sein Graph entsteht durch Spiegelung des Graphen der Exponentialfunktion mit Basis e an der Geraden mit der Gleichung $y = x$.

1. Definitionsmenge $D = \mathbb{R}^+ =]0; \infty[$
   Wertemenge $W = \mathbb{R}$

2. Der natürliche Logarithmus besitzt seine einzige Nullstelle bei $x_1 = 1$

3. $f'(x) = \frac{1}{x}$

   Der Graph des natürlichen Logarithmus ist streng monoton steigend im gesamten Definitionsbereich

4. $f''(x) = -\frac{1}{x^2}$

   Graph des ln ist rechtsgekrümmt im gesamten Definitionsbereich

5. $\lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$, die y-Achse ist damit waagerechte Asymptote
   $\lim\limits_{x \to \infty} \ln(x) = \infty$

6. Rechengesetze (Definitionsbereich beachten!):

   a) $\ln(x \cdot y) = \ln(x) + \ln(y)$
   b) $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$
   c) $\ln(x^r) = r \cdot \ln(x)$

7. $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$, insbesondere ist $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$ mit $c \in \mathbb{R}$

8. Basisumrechnung: $a^x = e^{\ln(a^x)} = e^{x \cdot \ln(a)}$