



## Grenzwerte bei gebrochen – rationalen Funktionen Info

Wir unterscheiden zwei Arten an Grenzwerten:

### Fester Wert:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{\overbrace{2x-4}^{\rightarrow 6}}{\underbrace{-x+3}_{\rightarrow -2}} = \frac{6}{-2} = -3$$

Wird weder Zähler noch Nenner Null, dann kann einfach eingesetzt werden.

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\overbrace{x-3}^{\rightarrow -1}}{\underbrace{x-2}_{\rightarrow 0^-}} = +\infty$$

Wird nur der Nenner Null, dann handelt es sich um eine Polstelle und es entsteht ein unendlich großer Wert, abhängig von den Vorzeichen in Zähler und Nenner.

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{\overbrace{x^2+x-6}^{\rightarrow 0}}{\underbrace{x^2+4x+3}_{\rightarrow 0}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{(x-2)(x+3)}{(x+1)(x+3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{\overbrace{x-2}^{\rightarrow -5}}{\underbrace{x+1}_{\rightarrow -2}} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$$

Konvergieren sowohl Zähler als auch Nenner gegen Null, dann ist zu faktorisieren (z.B. mit der Mitternachtsformel) und der entsprechende Linearfaktor herauszukürzen. Anschließend wird der Grenzwert erneut gebildet.

### Plus/Minus Unendlich:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+2}{x^2-4x+1} = 0$$

Ist der Zählergrad kleiner als der Nennergrad, dann konvergiert der Grenzwert stets gegen Null.

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^2-2x+3}{3x^2-4x+5} = \frac{6}{3} = 2$$

Sind Zähler- und Nennergrad identisch, dann genügt ein Vergleich der Leitkoeffizienten.

$$\bullet \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{2x-3} = +\infty$$

Falls der Zählergrad größer ist als der Nennergrad, dann divergiert der Ausdruck, d.h. es entsteht ein Wert von plus oder minus unendlich.