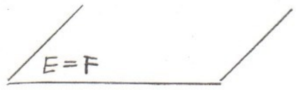
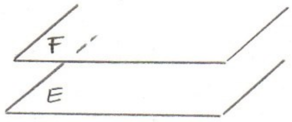
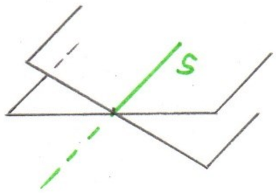
Lagebeziehungen von Ebenen im Raum



E und F sind **identisch.**
(E = F)



E und F sind **echt parallel.**
(E ∥ F)



E und F **schneiden sich** in der Geraden s.
(E ∩ F = s)

Beispiel: Welche Lage besitzen die Ebenen E_2, E_3 und E_4 bezüglich E_1?

$$
\begin{aligned}
&E_1: 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 6\\
&E_2: x_1 + x_2 + 2x_3 = 4\\
&E_3: -6x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -12\\
&E_4: 9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 15
\end{aligned}
$$

- E_1 und E_2 besitzen mit $\vec{n}_{E_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{n}_{E_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ Normalenvektoren, die in unterschiedliche Richtungen zeigen. Daher **schneiden sich** beide Ebenen **in einer Geraden**.

- E_1 und E_3 sind Vielfache, daher sind diese beiden Ebene **identisch**.

- E_1 und E_4 besitzen zwar vielfache Normalenvektoren $\vec{n}_{E_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{n}_{E_4} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$, allerdings trifft das für die gesamten Ebenengleichungen nicht zu. Diese beiden Ebenen sind **echt parallel**.

Bestimmung der Schnittgeraden von E_1 und E_2:

$3 \cdot E_2 - E_1: 2x_2 + 8x_3 = +6$

Setze $x_3 =: r = 0 + 1 \cdot r$

$\Rightarrow 2x_2 + 8r = 6$
$x_2 = 3 - 4r$

in $E_1: 3x_1 + (3 - 4r) - 2r = 6$
$3x_1 = 3 + 6r$
$x_1 = 1 + 2r$

$$\Rightarrow s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$