



Potenzen

Der Ausdruck

$$a^n = \underbrace{a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}}$$

heißt **Potenz** und ist eine abkürzende Schreibweise für ein Produkt mit n identischen Faktoren a .

Die Zahl a heißt hier **Basis** bzw. **Grundzahl** der **Potenz**, n wird **Exponent** oder **Hochzahl** genannt.

Beispielsweise ist $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ oder $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.

Achtung Verwechslungsgefahr: Eine Potenz a^n wird oft mit dem Produkt $a \cdot n$ verwechselt.

Ein Exponent muss nicht unbedingt eine natürliche Zahl sein. Auch negative Zahlen sind möglich, für $a > 0$ können Hochzahlen sogar beliebige reelle Zahlen sein.

Regeln für Potenzen:

$a^0 = 1$ für jedes $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, beispielsweise ist $2^0 = 1$ ebenso wie $31^0 = 1$.

$a^1 = a$, so ist $12^1 = 12$ oder $(-3)^1 = -3$.

$a^{-1} = \frac{1}{a}$, beispielsweise wird $5^{-1} = \frac{1}{5}$ geschrieben.

$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$, wie z.B. der Ausdruck $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$.

$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$, es ist $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$.

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, z.B. $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = 4$.

Zweierpotenzen

Zweierpotenzen sind solche mit der Basis 2. Es lohnt sich, zumindest die ersten zehn davon auswendig zu kennen.

$$\begin{aligned}2^0 &= 1 \\2^1 &= 2 \\2^2 &= 4 \\2^3 &= 8 \\2^4 &= 16 \\2^5 &= 32 \\2^6 &= 64 \\2^7 &= 128 \\2^8 &= 256 \\2^9 &= 512 \\2^{10} &= 1\,024\end{aligned}$$

Zweierpotenzen spielen beispielsweise in der Informatik eine wichtige Rolle, da sie die Grundlage des Binärsystems bilden und überall dort eingesetzt werden, wo digitale Daten verarbeitet werden. Beispielsweise enthält ein Kilobyte (kB) exakt $2^{10} = 1\,024$ Byte

Zehnerpotenzen

Zehnerpotenzen besitzen die Basis 10. Die Hochzahl gibt an, um wie viele Stellen das Komma, ausgehend von der 1, nach rechts verschoben wird. So ist

$$\begin{aligned}10^3 &= 1\,000 \\10^8 &= 100\,000\,000\end{aligned}$$

Bei einem negativen Exponenten wird das Komma entsprechend nach links verschoben, so dass eine kleinere Zahl als die Eins entsteht. Beispiele sind

$$\begin{aligned}10^{-2} &= 0,01 \\10^{-5} &= 0,000\,01\end{aligned}$$

Zehnerpotenzen werden überwiegend dort in Natur und Technik verwendet, wo sehr große oder sehr kleine Größen vorkommen.

Zum Beispiel entspricht die Masse der Erde ca. $5,972 \cdot 10^{24}$ kg, also einer 25-stelligen Anzahl an Kilogramm. Andererseits beträgt beim Kern eines Heliumatoms der sogenannte mittlere Leistungsdurchmesser etwa $3,36 \cdot 10^{-15}$ m.