Potenzen

Der Ausdruck

$$a^n = \underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{n Faktoren}}$$

heißt **Potenz** und ist eine Abkürzung für ein Produkt mit n identischen Faktoren a.

Die Zahl a heißt hier **Basis** bzw. **Grundzahl** der **Potenz**, n wird **Exponent** oder **Hochzahl** genannt.

Beispielsweise ist $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ oder $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.

Verwechslungsgefahr: a^n wird häufig mit dem Produkt $a \cdot n$ verwechselt.

Exponenten müssen nicht unbedingt eine natürliche Zahl sein. Ist $a > 0$, so sind auch negative oder sogar reelle Hochzahlen möglich.

Regeln für Potenzen:

$a^0 = 1$ für jedes $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, beispielsweise ist $2^0 = 1$ ebenso wie $31^0 = 1$.

$a^1 = a$, so ist $12^1 = 12$ oder $(-3)^1 = -3$.

$a^{-1} = \frac{1}{a}$, beispielsweise wird $5^{-1} = \frac{1}{5}$ geschrieben.

$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$, wie z.B. der Ausdruck $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$.

$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$, es ist $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$.

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, z.B. $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = 4$.

Zweierpotenzen

Zweierpotenzen sind solche mit der Basis 2. Es lohnt sich, zumindest die ersten zehn davon auswendig zu kennen.

$$2^0 = 1$$
$$2^1 = 2$$
$$2^2 = 4$$
$$2^3 = 8$$
$$2^4 = 16$$
$$2^5 = 32$$
$$2^6 = 64$$
$$2^7 = 128$$
$$2^8 = 256$$
$$2^9 = 512$$
$$2^{10} = 1\,024$$

Zehnerpotenzen

Zehnerpotenzen besitzen die Basis 10. Die Hochzahl gibt an, um wie viele Stellen das Komma, ausgehend von der 1, nach rechts verschoben wird. So ist

$$10^3 = 1000$$
$$10^8 = 100\,000\,000$$

Bei einem negativen Exponenten wird das Komma entsprechend nach links verschoben, so dass eine kleinere Zahl als die eins entsteht. Beispiele sind

$$10^{-2} = 0{,}01$$
$$10^{-5} = 0{,}000\,01$$