

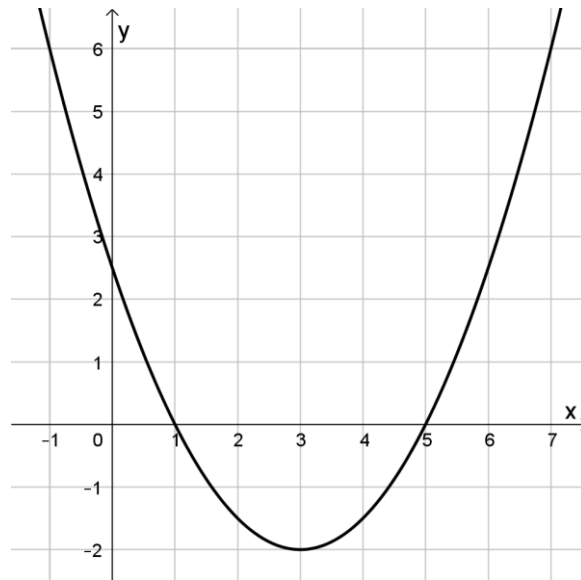
Quadratische Funktionen Info

Eine Funktion, deren Funktionsgleichung in der Form

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$ geschrieben werden kann, heißt **quadratische Funktion**.
Ihr Graph ist immer eine **Parabel**.

Beispiel: Graph von $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$; hier ist $a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ und $c = \frac{5}{2}$.



Wertetabelle von f :

x	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	6	2,5	0	-1,5	-2	-1,5	0	2,5	10,5

Eigenschaften der quadratischen Funktion

- Der Koeffizient a vor dem x^2 heißt **Formfaktor** bzw. **Öffnungsfaktor** der Parabel. Bei $a > 0$ ist die Parabel nach oben geöffnet, bei $a < 0$ nach unten. Ist $|a| > 1$, dann wird die Parabel schmaler. Für $|a| = 1$ handelt es sich um eine **Normalparabel**, und bei $|a| < 1$ wird die Parabel wie im Beispiel breiter in x -Richtung gestreckt. Die Parabel im Beispiel besitzt den Öffnungsfaktor $a = \frac{1}{2}$, die Parabel ist hier doppelt so breit wie die Normalparabel.
- Die Konstante c , im Beispiel $\frac{5}{2}$, gibt den **y-Achsenabschnitt** an. Das ist der Wert, an dem die y -Achse geschnitten wird.
- Die **Nullstellen** der Funktion sind die Lösungen der Gleichung $f(x) = 0$, also die Stellen $x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Im Beispiel ergeben sich hier die Werte $x_1 = 1$ und $x_2 = 5$. Es ist auch möglich, dass nur eine Nullstelle existiert (die x -Achse wird dann vom Funktionsgraphen berührt) oder gar keine.
- Jede Parabel besitzt einen **Scheitelpunkt**. Das ist der tiefste (bei nach unten geöffneter Parabel der höchste) Punkt des Graphen. Er besitzt die Koordinaten $x_S = \frac{-b}{2a}$ und $y_S = f(x_S) = \frac{-b^2}{4a} + c$. Im Beispiel ist $S(3; -2)$.
- Die Symmetrieachse jeder Parabel ist die Parallele zur y -Achse durch den Scheitelpunkt.
- Weitere Darstellungsformen der quadratischen Funktion sind die **Scheitelform** sowie gegebenenfalls die **Linearfaktorzerlegung**:

Scheitelform

$$f(x) = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S,$$

im Beispiel

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot (x - 3)^2 - 2$$

Nullstellenform

$$f(x) = a \cdot (x - x_1)(x - x_2),$$

im Beispiel

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot (x - 1)(x - 5)$$

Die Nullstellenform existiert nur, wenn mindestens eine Nullstelle vorliegt.