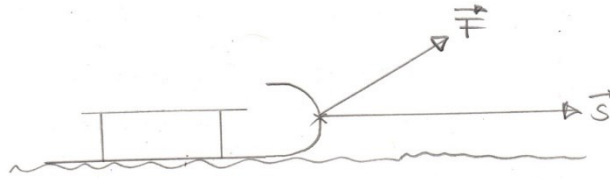


## Skalarprodukt



Ein Schlitten wird von einer Kraft  $\vec{F}$  um die Strecke  $\vec{s}$  gezogen.

Bestimmen Sie die dabei verrichtete Arbeit  $W$ !  
(Arbeit ist Weg mal Kraft in Richtung des Wegs).

$$W = |\vec{s}| \cdot |\vec{F}_{\parallel}|$$

$$W = |\vec{s}| \cdot |\vec{F}| \cdot \cos(\varphi)$$

Für zwei Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$  und  $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$  mit eingeschlossenem Winkel  $\varphi$  und  $0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$  heißt

$$\vec{a} \circ \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\varphi)$$

$$= a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

das **Skalarprodukt** von  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ .

Im oberen Beispiel ist damit die allgemeine Regel zur Berechnung der Arbeit  $W = \vec{F} \circ \vec{s}$  das Skalarprodukt der Vektoren Kraft und Weg.

**Hinweis:** Das Skalarprodukt zweier Vektoren ergibt immer ein Skalar, d.h. eine reelle Zahl. Von dieser aus kann man auf den Winkel zwischen den beiden Vektoren schließen.

Beispiel: Das Skalarprodukt von  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$  und  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$  erhält man am einfachsten durch die Rechnung  $\vec{a} \circ \vec{b} = 3 \cdot 2 + 0 \cdot (-2) + (-1) \cdot 3 = 6 + 0 - 3 = 3$ .