Varianz und Standardabweichung
Info

Die **Standardabweichung** einer Zufallsgröße gibt die durchschnittliche Abweichung der Zufallswerte vom Erwartungswert an. Zur Berechnung der Standardabweichung muss zunächst die **Varianz** als Streuparameter der Zufallsgröße berechnet werden.

Unter der **Varianz** der Zufallsgröße X versteht man die Zahl

$$\mathrm{Var}(X) = \sigma^2 = (x_1 - \mu)^2 \cdot P(x_1) + (x_2 - \mu)^2 \cdot P(x_2) + \cdots + (x_n - \mu)^2 \cdot P(x_n),$$

$$\text{kurz: } \mathrm{Var}(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 \cdot P(x_i)$$

mit den Zufallswerten x_i (also $x_1, x_2, \ldots, x_n$), dem Erwartungswert μ und der Wahrscheinlichkeit $P(x_i)$.

Den Wert $\sigma = \sqrt{\mathrm{Var}(x)}$ nennen wir Standardabweichung der Zufallsgröße X.

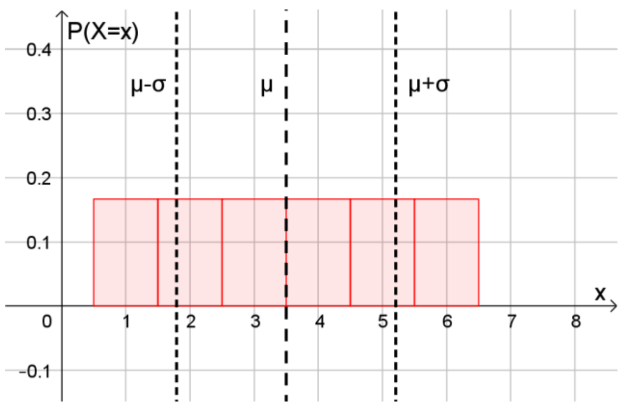
Beispiel: Einmaliges Würfeln mit einem sechsseitigen Würfel.

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Erwartungswert: $E(X) = \mu = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3{,}5$

Varianz: $\mathrm{Var}(X) = \sigma^2 = (1 - 3{,}5)^2 \cdot \frac{1}{6} + (2 - 3{,}5)^2 \cdot \frac{1}{6} + \cdots + (6 - 3{,}5)^2 \cdot \frac{1}{6} \approx 2{,}917$

Standardabweichung: $\sigma = \sqrt{\mathrm{Var}(X)} \approx 1{,}708$



Histogramm der Zufallsgröße X mit Erwartungswert μ und Standardabweichung σ.

Die Varianz kann auch einfacher mit Hilfe der **Verschiebungsregel** berechnet werden:

$$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$$

Für das obere Beispiel wäre $\sigma^2 = 1^2 \cdot \frac{1}{6} + 2^2 \cdot \frac{1}{6} + 3^2 \cdot \frac{1}{6} + 4^2 \cdot \frac{1}{6} + 5^2 \cdot \frac{1}{6} + 6^2 \cdot \frac{1}{6} - 3{,}5^2 \approx 2{,}917$