Vektorprodukt (Kreuzprodukt)
Info

Das Vektorprodukt zweier Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ im $\mathbb{R}^3$ ist definiert durch

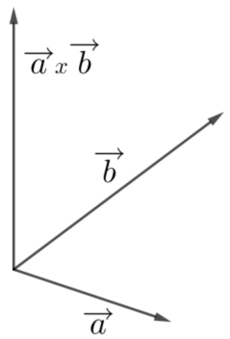
$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2 \cdot b_3 & - & a_3 \cdot b_2 \\ a_3 \cdot b_1 & - & a_1 \cdot b_3 \\ a_1 \cdot b_2 & - & a_2 \cdot b_1 \end{pmatrix}$$

Beispiel:

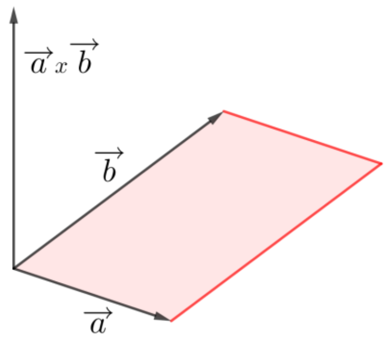
$$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \cdot (-1) - 1 \cdot 2 \\ 1 \cdot 0 - 4 \cdot (-1) \\ 4 \cdot 2 - 0 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Eigenschaften des Vektorprodukts:

- $\vec{a} \times \vec{b}$ steht sowohl senkrecht auf $\vec{a}$, als auch auf $\vec{b}$.



- $|\vec{a} \times \vec{b}|$ entspricht dem Flächeninhalt des von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannten Parallelogramms.



Bemerkung: Das **Kommutativgesetz** gilt beim Vektorprodukt nicht, denn $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$!