

Verknüpfung von Aussagen Info

1. Die "Und" - Verknüpfung (Konjunktion)

Sind zwei Aussagen A und B so miteinander verknüpft, dass die zusammengesetzte Aussage genau dann wahr ist, wenn sowohl A als auch B wahr ist, so heißt diese Verknüpfung **Konjunktion.**

Verknüpfungszeichen "und": ∧

Beispiele:

A: Österreich ist ein Nachbarland von Deutschland

B: Frankreich grenzt an die Schweiz

A A B: Österreich ist ein Nachbarland von Deutschland und Frankreich grenzt an die Schweiz.

A₁: 4 ist eine gerade Zahl

 $A_2: 4 > 2$

 $A_1 \wedge A_2$: 4 ist eine gerade Zahl und 4 > 2

$$A_3(x): x - 3 = 5$$

 $A_4(x): x < 10$
Z.B. für $x = 9$ gilt: $A_3(9): 9 - 3 = 5$
 $A_4(9): 9 < 10$
 $A_3(9) \land A_4(9): 9 - 3 = 5 \land 9 < 10$

Wahrheitstafel:

Α	В	$\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$
W	W	W
W	f	f
f	W	f
f	f	f

Die Konjunktion zweier Aussagen ist nur dann wahr, wenn beide Aussagen wahr sind.

2. Die "Oder" - Verknüpfung (Disjunktion)

Sind zwei Aussagen A und B so miteinander verknüpft, dass die zusammengesetzte Aussage immer dann wahr ist, wenn entweder die eine oder die andere oder beide Aussagen wahr sind, so heißt diese Verknüpfung **Disjunktion**.

Verknüpfungszeichen "oder": V

Beispiele:

A: Österreich ist ein Nachbarland von Deutschland

B: Frankreich grenzt an die Schweiz

A V B: Österreich ist ein Nachbarland von Deutschland oder Frankreich grenzt an die Schweiz.

$$A_1(x)$$
: $2x = 14$
 $A_2(x)$: $x \ge 8$
Z.B. für $x = 7$ gilt: $A_1(7)$: $2 \cdot 7 = 14$
 $A_2(7)$: $7 \ge 8$
 $A_1(7) \lor A_2(7)$: $2 \cdot 7 = 14 \lor 7 \ge 8$

Wahrheitstafel:

Α	В	$\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$
W	W	W
W	f	W
f	W	W
f	f	f

Die Disjunktion zweier Aussagen ist nur dann falsch, wenn beide Aussagen falsch sind.

3. Die Negation

Die **Negation** (Verneinung) einer Aussage ist immer dann wahr, wenn die Aussage falsch ist, und immer dann falsch, wenn die Aussage wahr ist.

Verknüpfungszeichen "nicht": ¬

Beispiel:

A: 5 ist eine ungerade Zahl ¬A: 5 ist keine ungerade Zahl

Wahrheitstafel:

$$\begin{array}{c|cc}
A & \neg A \\
\hline
w & f \\
\hline
f & w
\end{array}$$

Die doppelte Negation einer Aussage führt wieder zur ursprünglichen Aussage.

B: Der Schüler ist fähig, die Aufgabe zu lösen

¬B: Der Schüler ist unfähig, die Aufgabe zu lösen

 $\neg(\neg B)$: Der Schüler ist nicht unfähig, die Aufgabe zu lösen

4. Konditional/Implikation

Sind zwei Aussagen A und B so miteinander verknüpft, dass aus der Aussage A die Aussage B logisch folgt, so heißt diese Verknüpfung **Konditional** oder **Implikation**.

Verknüpfungszeichen "wenn…dann": ⇒

Beispiel:

A: Die Sonne scheint

B: Wir machen Picknick

Wahrheitstafel:

A	В	$\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$
W	W	W
W	f	f
f	W	W
f	f	W

Die Implikation zweier Aussagen A und B ist genau dann falsch, wenn A wahr und B falsch ist. In allen anderen Fällen ist sie wahr.

5. Die Äquivalenz

Die wechselseitige Implikation heißt Äquivalenz: Aus A folgt B und aus B folgt A.

Verknüpfungszeichen "Äquivalenz": ⇔

Wahrheitstafel:

A	В	$\mathbf{A} \Leftrightarrow \mathbf{B}$
W	W	W
W	f	f
f	W	f
f	f	W

Die Äquivalenz zweier Aussagen A und B ist genau dann wahr, wenn beide Aussagen denselben Wahrheitsgehalt haben.

Beispiel:

A: Die Quersumme der Zahl x ist durch 3 teilbar

B: Die Zahl x ist durch 3 teilbar

Für x = 39 gilt z.B. A \Rightarrow B: 3 + 9 = 12 durch 3 teilbar \Rightarrow 39 durch 3 teilbar, umgekehrt ist

 $B \Rightarrow A: 39 \text{ durch } 3 \text{ teilbar} \Rightarrow 3 + 9 = 12 \text{ durch } 3 \text{ teilbar}.$

Damit ist $A \Leftrightarrow B$.