Winkel zwischen zwei Vektoren

Für zwei Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$, die den Winkel $\varphi \leq 180°$ einschließen, gilt:

$$\cos(\varphi) = \frac{\vec{a} \circ \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Folgerung: Da $\cos(90°) = 0$, sind $\vec{a}$ und $\vec{b}$ genau dann orthogonal (d.h. senkrecht) zueinander, wenn $\vec{a} \circ \vec{b} = 0$ ist.

Beispiel: Die beiden Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ schließen den Winkel φ ein.
Es gilt: $\cos(\varphi) = \frac{3 \cdot 2 + (-2) \cdot 1 + 0 \cdot (-3)}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{2^2 + 1^2 + (-3)^2}}$ bzw. $\cos(\varphi) = \frac{4}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{14}}$.

Eine Anwendung des Arkuskosinus auf beiden Seiten der Gleichung ergibt

$$\varphi = \arccos\left(\frac{4}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{14}}\right) \approx 72{,}75°$$

Gegebenenfalls ist der Taschenrechner auf Gradmaß (DEG) umzustellen, oft wird der Arkuskosinus mit „$\cos^{-1}$“ bezeichnet.