



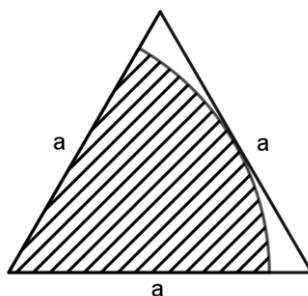
Ebene geometrische Figuren • Flächeninhalt und Umfang Übung

1. Geben Sie alle Möglichkeiten für ganzzahlige Seitenlängen a und b an in einem Rechteck mit Flächeninhalt $A = 36 \text{ cm}^2$. •••
2. Ein Rechteck besitzt einen Umfang von $U = 20 \text{ cm}$. Geben Sie den Flächeninhalt A des Rechtecks als Funktion einer Seite a an. Begründen Sie, dass ein Quadrat hier den größten Flächeninhalt besitzt. •••
3. Ein Parallelogramm hat einen Umfang von 84 cm . Die Seite b ist 29 cm lang. Wie lang ist die Seite a ? Begründen Sie, warum der Flächeninhalt des Parallelogramms nicht ermittelt werden kann. •••
4. Tragen Sie unten in die freien Felder für ein Parallelogramm die fehlenden Größen ein. •••

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Seite a	6 cm	15 m		6 dm		11 cm
Seite b	20 cm		15 cm	13 dm		
Höhe h_a	12 cm		7 cm		17 mm	5 cm
Umfang U		132 m			118 mm	54 cm
Flächeninhalt A		315 m^2	182 cm^2	30 dm^2	238 mm^2	

5. •••
 - a) Berechnen Sie den Flächeninhalt eines Dreiecks mit einer Grundseite von 10 cm Länge und einer Höhe von 12 cm .
 - b) Ein Dreieck hat den Flächeninhalt 12 cm^2 . Seine Höhe ist 6 cm lang. Wie lang ist die Grundseite?
 - c) Der Flächeninhalt eines Dreiecks beträgt 65 cm^2 . Die Höhe des Dreiecks ist 10 cm . Wie lang ist die Grundseite?
 - d) Ein gleichschenkliges Dreieck hat den Umfang 50 cm . Jeder Schenkel ist 16 cm lang. Bestimmen Sie die Länge der Grundseite.
 - e) Ein dreieckiger Lagerplatz mit den Maßen $a = 30 \text{ m}$, $b = 41 \text{ m}$, $c = 50 \text{ m}$ wird mit einem Bretterzaun umgeben. Man braucht vier Bretter pro Meter. Wie viele Bretter werden benötigt?
6. Von einem Trapez sind der Flächeninhalt, eine Seitenlänge der parallelen Seiten und die Länge der zugehörigen Höhe gegeben. Berechnen Sie die Seitenlänge der anderen parallelen Seite. •••
 - a) $A = 21 \text{ km}^2$; $a = 3 \text{ km}$; $h = 6 \text{ km}$
 - b) $A = 45 \text{ m}^2$; $a = 11 \text{ m}$; $h = 3 \text{ m}$
 - c) $A = 214 \text{ mm}^2$; $a = 7 \text{ mm}$; $h = 4 \text{ mm}$
7. Ein Kreis hat den Umfang U . Berechnen Sie jeweils den Durchmesser d und den Radius r . •••
 - a) $U = 60 \text{ cm}$
 - b) $U = 960 \text{ mm}$
 - c) $U = 1,6 \text{ m}$
 - d) $U = 3,7 \text{ km}$

8. Der Äquator hat eine Länge von ungefähr 40 000 km. •••
- Berechnen Sie den Erdradius.
 - In einem Gedankenexperiment wird ein 40 000 km langes Seil straff um den Äquator gelegt. Dann wird das Seil um einen Meter verlängert und so gestrafft, dass der Abstand zwischen dem Seil und der Erde überall gleich ist. Erstellen Sie eine geeignete Skizze und berechnen Sie den Abstand des Seils von der Erdoberfläche.
 - Wie ändert sich der Abstand, wenn man das Seil um einen bzw. um zehn weitere Meter verlängert? Beschreiben Sie, welche Regelmäßigkeit festzustellen ist.
 - Ein Mensch mit Körpergröße 1,80 m soll unter dem Seil aufrecht durchgehen können. Um wie viel muss das Seil verlängert werden?
9. Julia und Luisa machen einen gemeinsamen Film-Abend und möchten Pizza bestellen. Im Prospekt der Pizzeria Diaboli suchen sie dazu nach Angeboten. Die runden Pizzen werden in den Größen Klein, Medium und Maxi angeboten. Außerdem gibt es noch eine rechteckige Familienpizza auf der Speisekarte. •••
- Eine kleine Pizza Salami mit einem Durchmesser von 20 cm und kostet 3,60 €. Die Medium-Ausführung der Pizza Salami hat eine doppelt so große Fläche wie die kleine Pizza. Berechnen Sie den Durchmesser der Medium-Pizza.
 - Die Pizzeria bietet die Pizza ebenfalls in Maxiformat an, die einen Durchmesser von 40 cm hat und 11,70 € kostet. Die rechteckige Familienpizza mit den Seiten 40 cm und 60 cm kostet 16,80 €. Bei welcher der drei Pizzasorten Mini, Maxi und Familie erhält man die günstigste Pizza für sein Geld?
10. Mit dem Radius wachsen auch der Umfang und der Flächeninhalt des Kreises. Wie verändert sich sein Flächeninhalt, wenn man... •••
- ...den Radius verdoppelt,
 - ...den Radius drittelt,
 - ...den Umfang halbiert?
11. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem Flächeninhalt A und dem Umfang U eines Kreises dar. Lösen Sie dazu die Formel für den Umfang nach dem Radius r auf und setzen Sie das Ergebnis in die Formel für den Flächeninhalt ein. Wie ändert sich demnach die Fläche, wenn man den Umfang vervierfacht? •••
12. Eine runde Torte mit Schokoladenguss hat einen Durchmesser von $d = 30$ cm. Die Torte wird in 16 gleich große Stücke geteilt. Ermitteln Sie die Länge des Kreisbogens b eines Tortenstücks. •••
13. Berechnen Sie den Flächeninhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von der Kantenlänge a . •••



Ebene geometrische Figuren • Flächeninhalt und Umfang

Lösung

1.

a in cm	1	2	3	4	6	9	12	18	36
b in cm	36	18	12	9	6	4	3	2	1

2. $A(a) = a \cdot \frac{(20\text{cm}-2a)}{2} = a \cdot (10\text{cm} - a)$

$A(a)$ stellt eine nach unten geöffnete Parabel mit Scheitelpunkt bei $a = 5 \text{ cm}$ dar. Den größten Flächeninhalt besitzt Das Rechteck daher, wenn es die Seitenlängen $a = b = 5 \text{ cm}$ besitzt und daher ein Quadrat ist.

3. $a = \frac{U-2b}{2} = 13 \text{ cm}$. Durch die gegebenen Werte ist die Form des Parallelogramms und damit von h_a nicht eindeutig festgelegt. Deshalb kann A nicht bestimmt werden.

4.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Seite a	6 cm	15 m	26 cm	6 dm	14 mm	11 cm
Seite b	20 cm	51 m	15 cm	13 dm	45 mm	16 cm
Höhe h_a	12 cm	21 m	7 cm	5 dm	17 mm	5 cm
Umfang U	52 cm	132 m	82 cm	38 dm	118 mm	54 cm
Flächeninhalt A	72 cm ²	315 m ²	182 cm ²	30 dm ²	238 mm ²	55 cm ²

5.

- a) $A = 60 \text{ cm}^2$
- b) $g = 4 \text{ cm}$
- c) $g = 13 \text{ cm}$
- d) $g = 18 \text{ cm}$
- e) Insgesamt werden 484 Bretter benötigt.

6. Die Formel $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$ aufgelöst nach c ergibt $c = \frac{2A}{h} - a$.

- a) $c = 4 \text{ km}$
- b) $c = 19 \text{ m}$
- c) $c = 100 \text{ mm}$

7. $U = d \cdot \pi$ bzw. $d = \frac{U}{\pi}$

- a) $d \approx 19,10 \text{ cm}$, $r \approx 9,55 \text{ cm}$
- b) $d \approx 305,58 \text{ mm}$, $r \approx 152,79 \text{ mm}$
- c) $d \approx 0,509 \text{ m}$, $r \approx 0,255 \text{ m}$
- d) $d \approx 1,178 \text{ km}$, $r \approx 0,589 \text{ km}$

8.

- a) $r_E \approx 6\,366\text{ km}$
- b) Der Abstand beträgt ca. 15,9 cm.
- c) Bei einem weiteren Meter verdoppelt sich der Abstand um weitere 15,9 cm und bei weiteren 10 m um zusätzliche 1,59 m. Der Abstand von der Erdoberfläche nimmt pro 1 m Seilverlängerung jeweils um 15,9 cm zu.
- d) Bei 1,80 m Körpergröße muss das Seil um $1,80\text{ m} \cdot 2\pi \approx 11,31\text{ m}$ verlängert werden.

9.

- a) $d_{\text{Medium}} \approx 28,28\text{ cm}$
- b)

	Fläche in cm^2	Preis in €	$\frac{\text{Preis}}{\text{Fläche}}$ in $\frac{\text{ct}}{\text{cm}^2}$
Kleine Pizza	314	3,60	1,15
Maxi-Pizza	1257	11,70	0,88
Familienpizza	2400	16,80	0,70

Die Familienpizza kostet am wenigsten pro Fläche und bietet am meisten Pizza pro Euro.

10.

- a) Der Flächeninhalt des Kreises vervierfacht sich.
- b) Der Flächeninhalt neuntelt sich.
- c) Der Umfang wird halbiert, deshalb halbiert sich auch der Radius. Der Flächeninhalt viertelt sich folglich.

11. $U = 2r\pi \Rightarrow r = \frac{U}{2\pi}$ eingesetzt in $A = r^2\pi$ ergibt $A = \left(\frac{U}{2\pi}\right)^2 \cdot \pi = \frac{U^2}{4\pi}$.

Bei einer Vervierfachung des Umfang vergrößert sich die Fläche also um das 16-fache.

12. $b = \frac{30\text{ cm} \cdot \pi}{16} \approx 5,89\text{ cm}$

13. Der Radius des Kreissektors entspricht der Höhe des gleichseitigen Dreiecks.

Beispielsweise mit dem Satz des Pythagoras kann man diese Höhe ermitteln. Sie beträgt

$$h_a = \frac{\sqrt{3}}{2} a. \text{ Ein Innenwinkel liegt bei } 60^\circ.$$

$$\text{Deshalb ist } A_{\text{Sektor}} = \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} a\right)^2 \cdot \pi = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot a^2 \pi = \frac{1}{8} a^2 \pi.$$