



Ganzrationale Funktionen • U-Bahn Übung

Eine U-Bahn legt die Strecke zwischen zwei Stationen innerhalb von 60 Sekunden zurück. Ihr Fahrtverlauf wird näherungsweise durch die Zeit-Weg-Funktion s mit dem Term

$$s(t) = -\frac{1}{108} \cdot t^3 + \frac{5}{6} \cdot t^2$$

beschrieben, der Wert, $0 \leq t \leq 60$ ist die Zeit in Sekunden und $s(t)$ der zurückgelegte Weg in Metern. Auf Einheiten kann bei den Rechnungen verzichtet werden.

- Berechnen Sie den Weg, den die U-Bahn nach $t_1 = 6$ s zurückgelegt hat sowie die Streckenlänge zwischen den beiden Stationen.
- Ermitteln Sie die mittlere Änderungsrate von s in im Bereich $[18; 24]$ und interpretieren Sie diese im Kontext.
- Die Geschwindigkeit v der U-Bahn entspricht der ersten Ableitung von $s(t)$ nach der Zeit t , kurz $v(t) = \frac{ds}{dt} = \dot{s}(t)$. Berechnen Sie hiermit die momentane Geschwindigkeit der U-Bahn nach 12 Sekunden.
- Berechnen Sie die Zeitpunkte, zu denen die Geschwindigkeit der U-Bahn exakt $24,75 \frac{m}{s}$ beträgt.



Ganzrationale Funktionen • U-Bahn

Lösung

- a) Es ist $s(6) = 28$, $s(60) = 1\,000$ und $s(0) = 0$
Nach 6 s hat die Bahn 28 m zurückgelegt.
Die U-Bahn legt zwischen den beiden Stationen 1 000 m zurück.
- b) Die mittlere Änderungsrate von s in $[18;24]$ entspricht dem Differenzenquotienten
$$\frac{s(24)-s(18)}{24-18} = \frac{352-216}{6} \approx 22,67.$$

Daher beträgt die Durchschnittsgeschwindigkeit der U-Bahn zwischen der 18. und der 24. Sekunde $22,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
- c) $v(t) = \dot{s}(t) = -\frac{1}{36}t^2 + \frac{5}{3}t$ und $v(12) = 16$.
Nach 12 Sekunden fährt die U-Bahn mit der Geschwindigkeit $v(12) = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- d) Die gesuchten Zeiten sind die Lösungen der Gleichung $v(t) = 24,75$ und damit $t_2 = 27 \text{ s}$ und $t_3 = 33 \text{ s}$.