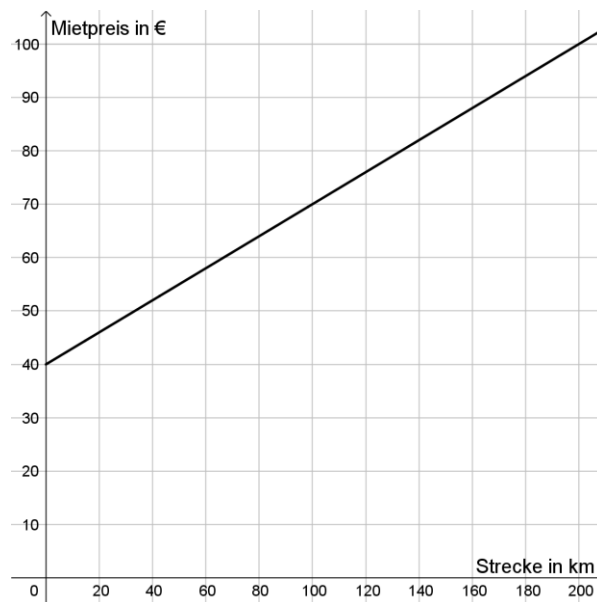


Lineare Funktionen • Anwendungen

Übung

1. Ein 80 cm tiefes, zylinderförmiges Fass wird abgelassen, wobei der Wasserspiegel um 3 cm pro Minute sinkt. Geben Sie die Wasserhöhe w als Funktion der Zeit t an und berechnen Sie hiermit die Dauer, bis das Fass leer ist. •••
2. Die nachfolgende Gerade zeigt die Abhängigkeit des Mietpreises M eines Leihwagens in Abhängigkeit von der gefahrenen Strecke x . Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden. Wie hoch ist der Grundpreis, viel kostet zusätzlich ein gefahrener km? •••



3. Bei der Produktion eines Werbeartikels sind die entstehenden Kosten K von der hergestellten Stückzahl x abhängig. Bei der Produktion von $x = 50$ Stück entstehen Kosten von 535 €, bei der Produktion von $x = 200$ Stück entstehen Kosten von 640 €. •••
 - a) Bestimmen Sie die Kostenfunktion $K(x)$.
 - b) Berechnen Sie Kosten bei einer Produktion von $x = 400$ Artikeln. Ermitteln Sie auch, welche Stückzahl bei Produktionskosten von 584 € hergestellt wurden.
 - c) Die **Gewinnschwelle** („Break-Even-Point“) ist der Punkt, an dem die Erlöse und die Kosten identisch sind. Bei welcher Menge x liegt diese, wenn ein Verkaufspreis von 2,70 € pro Werbeartikel erzielt wird?
 - d) Zeichnen Sie die Graphen der Kostenfunktion $K(x)$ und der Erlösfunktion $E(x)$ in ein gemeinsames Koordinatensystem im Bereich $0 \leq x \leq 400$.

4. Die Stadtwerke Kelheim bieten für ihre Kunden einen Stromtarif an, der einen Arbeitspreis von 25 Cent pro Kilowattstunde und einen Grundpreis von 10,00 € pro Monat umfasst. •••
- Stellen Sie den Funktionsterm für die Gesamtkosten $G(x)$ in Abhängigkeit vom Stromverbrauch x (in kWh) ohne Einheiten dar. Berechnen Sie die Kosten, wenn in einem Monat der Stromverbrauch 390 kWh betragen hat.
 - Skizzieren Sie den zugehörigen Graphen für einen Verbrauch von bis zu 700 kWh.
 - Familie Friedrich erhält eine Stromrechnung von 68,25 €. Berechnen Sie mit Hilfe der Funktionsgleichung ihren Verbrauch für diesen Monat.
 - Eine befreundete Familie besitzt einen Vertrag mit anderen Konditionen. Sie erzählt, dass sie in den vergangenen Monaten bei einem Verbrauch von 320 kWh einen Betrag von 102 € und 126 € bei einem Verbrauch von 400 kWh zu zahlen hatten. Wie hoch sind bei diesem Tarif Arbeits- und Grundpreis?
5. Ein Fallschirmspringer misst nach dem Öffnen seines Fallschirms mit Hilfe eines Höhenmeters zu verschiedenen Zeitpunkten seine Höhe über dem Erdboden. Die Messung ergab die folgende Werte: •••

Fallzeit t in s	10	15	20	25	30
Höhe h in m	731	714	697	680	663

- Begründen Sie, dass der Zusammenhang zwischen der Zeit und der Höhe durch eine lineare Funktion beschrieben werden kann. Geben Sie die Funktionsgleichung $h(t)$ dieser Funktion an.
 - Berechnen Sie, nach welcher Zeit der Fallschirmspringer den Boden erreicht.
 - Nach seiner Landung gibt der Fallschirmspringer an, dass er sich bereits nach einer Falldauer von drei Minuten in einer Höhe von weniger als 100 m befunden hatte. Hat er recht?
6. Zwischen der US-Amerikanischen Temperatureinheit Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) und der europäischen Celsius-Skala ($^{\circ}\text{C}$) besteht ein linearer Zusammenhang. Während der Gefrierpunkt (0°C) 32°F entspricht, wird bei 20°C Raumtemperatur 68°F gemessen.
- Ermitteln Sie eine Zuordnungsvorschrift, die der Temperatur in $^{\circ}\text{F}$ den entsprechenden Celsius-Wert zuordnet.
 - In Florida wurde als Höchsttemperatur 99°F gemessen. Geben Sie den zugehörigen Wert in Celsius auf eine Nachkommastelle genau an.
 - In Deutschland werden in kalten Wintern zeitweise -20°C gemessen. Berechnen Sie den entsprechenden Temperaturwert in Fahrenheit.

Lineare Funktionen • Anwendungen

Lösung

1. $w(t) = 80 - 3t$

$$80 - 3t = 0 \Leftrightarrow t_1 = \frac{80}{3}$$

Es dauert 26 Minuten und 40 Sekunden, bis das Fass ganz leer ist.

2. $M(x) = 0,30x + 40$.

Der Grundpreis beträgt 40 €, ein gefahrener km kostet 0,30 €.

3.

a) $K(x) = m \cdot x + t$

$$m = \frac{640-535}{200-50} = \frac{105}{150} = 0,70$$

Aus $K(50) = 535$ folgt $t = 500$.

Damit ist $K(x) = 0,70x + 500$.

b) $K(400) = 0,70 \cdot 400 + 500 = 780$

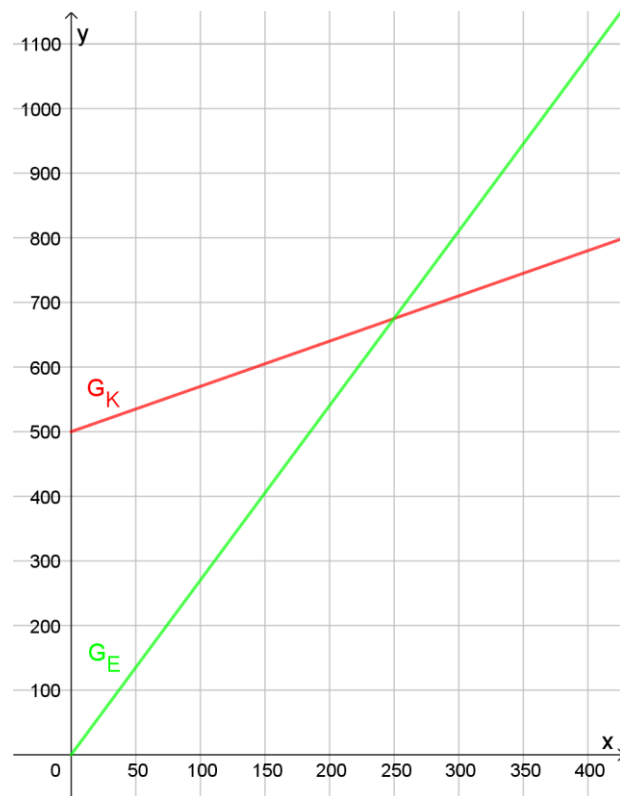
Für $K(x) = 584$ ergibt sich $x = 120$ Stück.

c) Die Erlösfunktion lautet $E(x) = 2,70 \cdot x$.

Die Gleichung $K(x) = E(x)$ hat die Lösung $x = 250$.

Die Gewinnschwelle liegt bei 255 produzierten Artikeln.

d)

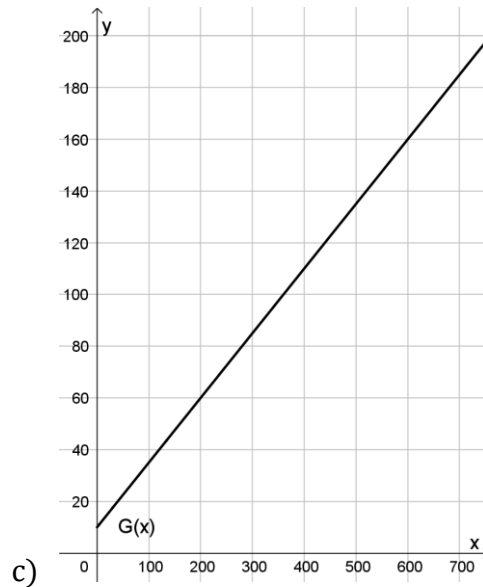


4.

a) $G(x) = 0,25x + 10$

$$G(390) = 107,50 \text{ (€)}$$

b)



- d) $0,25x + 10 = 68,25$; $x = 233$.
Sie haben in diesem Monat 233 kWh verbraucht.

- e) $G_2(x) = mx + t$
Arbeitspreis: $m = \frac{126-102}{400-320} = 0,30$ (€)
Grundpreis: z.B. erstes Wertepaar einsetzen:
 $0,30 \cdot 102 + t = 320$
 $t = 6$, der Grundpreis beträgt 6 €.

5.

- a) Es liegt eine lineare Funktion vor, da er in gleichen Zeitabschnitten (5s) gleiche Höhen durchfällt, jeweils 17 m.

$$h(t) = v_0 \cdot t + h_0$$

$$v_0 = -\frac{17}{5} = -3,4$$

$$h_0 = 731 + 10 \cdot 3,4 = 765$$

$$h(t) = -3,4 \cdot t + 765$$

- b) $h(t) = 0$; $t_0 = 225$ (s)
Er erreicht den Boden nach 3 min 45s.

- c) $h(180) = -3,4 \cdot 180 + 765 = 153$, seine Behauptung stimmt nicht.

6.

a) $C: F \mapsto \frac{5}{9}F - \frac{160}{9}$

b) $C(99^\circ\text{F}) \approx 37,2^\circ\text{C}$

c) $\frac{5}{9}F - \frac{160}{9} = -20 \Rightarrow F = -4^\circ\text{F}$