



Lineare Gleichungen Übung

1. Entscheiden Sie, ob es sich bei den Gleichungen mit der Variablen x um eine lineare Gleichung handelt.

- a) $2x + 3 = 0$
- b) $\frac{1}{4}x = 5$
- c) $2x^2 + x = 2x^2 + 5$
- d) $x^2 + 3x = 4$
- e) $x - 2a = 0$, wobei $a \in \mathbb{R}$ ein Parameter ist
- f) $(x + 1)x = (x - 2)(x + 3)$
- g) $bx + b^2 = 0$ mit $b \in \mathbb{R}$
- h) $2\sqrt{x} - 8 = 0$

2. Lösen Sie nach der Unbekannten auf.

- a) $4a = 8$
- b) $3a = 0$
- c) $a + 6 = 0$
- d) $a + 2 = 7$
- e) $5b + 15 = 0$
- f) $3b - 12 = 0$
- g) $4b - 16 = 8$
- h) $9b + 27 = 18$
- i) $3c + 7 = 0$
- j) $2c - 5 = 0$
- k) $8c - 7 = 3$
- l) $12c + 3 = 2$
- m) $2 \square + 3 = 4 \square + 5$
- n) $2 - \frac{3}{4} \square = 1 - \frac{1}{12} \square$
- o) $(\square - 4)(\square - 6) = (\square - 5)(\square - 7)$
- p) $2\bullet^2 - 4\bullet + 3 = 4 - 3\bullet + 2\bullet^2$
- q) $-3 - \bullet = 11 - (-\bullet + 8)$
- r) $20 - 5\ominus = 4\ominus + 3$
- s) $41 + 13\ominus = 55 - 8\ominus$
- t) $15\ominus + 13 = 3\ominus - 3$
- u) $(1,2 + 2,7\bullet) - (0,5 + 1,6\bullet) = 3,5\bullet - (3,4\bullet - 1,1)$
- v) $3 - [(2\bullet + 40) - (100 + \bullet)] = 3 - 3\bullet$

3. Geben Sie die Lösungsmenge der linearen Gleichungen über der Grundmenge $G = \mathbb{R}$ an.

- a) $2x = 12$
- b) $-4x = 24$
- c) $x + 4 = 9$
- d) $3x + 5 = 3x + 2$
- e) $x - 5 = 8$
- f) $1,2 - x = 0,75$
- g) $88 = 4x + 16$
- h) $3x - (2x + 5) = 7$
- i) $x - 6 = 4 - 2(5 - \frac{1}{2}x)$
- j) $x^2 - 4x = x^2 + 2x + 12$
- k) $2x - 7 + 3x = x + 3 + 4x$
- l) $(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2)$
- m) $27x - 4 - 6x = 20x + 6 + x - 10$
- n) $x - [(4x + 4,5) + 3,5] = 2,5 - (3,5 - 4x)$
- o) $[3x - (2x^2 + 3)] - 2 \cdot \{5x + 7 - [x^2 + x - (x - 1)] + 3\} = 0$

4. Lösen Sie die physikalischen Gleichungen nach den jeweils angegebenen Größen auf.

- a) $F_G = m \cdot g$ nach der Masse m
- b) $W = F \cdot s$ nach der Kraft F
- c) $E_{\text{Pot}} = m \cdot g \cdot h$ nach der Höhe h
- d) $s = v_0 \cdot t + s_0$ nach der Geschwindigkeit v_0
- e) $F_S = D \cdot (x - x_0)$ nach der Längenänderung x
- f) $p = \frac{F}{A}$ nach der Fläche A
- g) $P = \frac{W}{\Delta t}$ nach der Arbeit W

5. Geben Sie, falls möglich, eine lineare Gleichung mit folgender Lösungsmenge an.

- a) $L = \{4\}$
- b) $L = \emptyset$
- c) $L = \{1; 3\}$
- d) $L = \mathbb{R}$
- e) $L = \{-5\}$
- f) $L =]2; \infty[$

6. Geben Sie für die Gleichung $a \cdot x + b = 0$ in Abhängigkeit von $a, b \in \mathbb{R}$ eine Übersicht über die Anzahl der Lösungen an.

Lineare Gleichungen

Lösung

1.

- a) Ja, hier ist $a = 2$ und $b = 3$.
- b) Ja, die Gleichung könnte mit einer Äquivalenzumformung auf die Form $\frac{1}{4}x - 5 = 0$ gebracht werden.
- c) Ja. Hier kommt zwar der Ausdruck $2x^2$ vor, der allerdings beim Vereinfachen wegfällt.
- d) Nein. Dies ist eine quadratische Gleichung.
- e) Ja, hier kommt ein lediglich Parameter a vor.
- f) Ja. Das beim Ausmultiplizieren entstehende x^2 fällt beim Vereinfachen weg.
- g) Ja. Der Parameter b existiert zwar quadratisch, nicht aber die Variable x .
- h) Nein, eine Wurzel der Variablen kann in einer linearen Gleichung nicht vorkommen.

2.

- a) $a = 2$
- b) $a = 0$
- c) $a = -6$
- d) $a = 5$
- e) $b = -3$
- f) $b = 4$
- g) $b = 6$
- h) $b = -1$
- i) $c = -\frac{7}{3}$
- j) $c = \frac{5}{2}$
- k) $c = \frac{5}{4}$
- l) $c = -\frac{1}{12}$
- m) $\boxplus = -1$
- n) $\boxminus = 1,5$
- o) $\boxdot = 6,5$
- p) $\bullet = -1$
- q) $\ominus = -3$
- r) $\ominus = \frac{17}{9}$
- s) $\ominus = \frac{2}{3}$
- t) $\odot = -\frac{4}{3}$
- u) $\bullet = 0,4$
- v) $\bullet = -6$

3.

- a) $L = \{6\}$
- b) $L = \{-6\}$
- c) $L = \{5\}$
- d) $L = \emptyset$
- e) $L = \{13\}$
- f) $L = \{0,45\}$
- g) $L = \{18\}$
- h) $L = \{12\}$
- i) $L = \mathbb{R}$
- j) $L = \{-2\}$
- k) $L = \emptyset$
- l) $L = \{7\}$
- m) $L = \mathbb{R}$
- n) $L = \{-1\}$
- o) $L = \{-3\}$

4.

- a) $m = \frac{F_G}{g}$
- b) $F = \frac{W}{s}$
- c) $h = \frac{E_{\text{Pot}}}{m \cdot g}$
- d) $v_0 = \frac{s - s_0}{t}$
- e) $x = \frac{F_S + D x_0}{D} = \frac{F_S}{D} + x_0$
- f) $A = \frac{F}{p}$
- g) $W = P \cdot \Delta t$

5.

- a) z.B. $x + 2 = 6$
- b) z.B. $x + 1 = x + 2$, es muss sich ein Widerspruch ergeben.
- c) nicht möglich, da eine lineare Gleichung nie genau zwei Lösungen besitzen kann.
- d) z.B. $x + 1 = 2x + 1 - x$, es ergibt sich eine allgemein gültige Aussage.
- e) z.B. $x - 5 = -10$
- f) nicht möglich, ein derartiges Intervall kann keine Lösung einer linearen Gleichung sein.

6.

- 1. Fall: $a \neq 0$: Es existiert eine Lösung, und zwar $L = \left\{-\frac{b}{a}\right\}$
- 2. Fall: $a = 0 \wedge b \neq 0$: Widerspruch, also keine Lösung, $L = \emptyset$
- 3. Fall $a = 0 \wedge b = 0$: Allgemein gültige Aussage, unendlich viele Lösungen, $L = \mathbb{R}$