



Lineare Gleichungssysteme (drei Unbekannte) Übung

1. Prüfen Sie, ob das Zahlentripel $(1; -1; 3)$ das Gleichungssystem löst. •••

I) $x_1 + x_2 + x_3 = 3$ a) II) $3x_1 + 2x_2 - x_3 = -2$ III) $-3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1$	I) $x_3 = 2$ b) II) $x_2 + x_3 = 2$ III) $x_1 - x_2 + x_3 = 5$
---	--

2. Bestimmen Sie die jeweilige Lösungsmenge. •••

I) $x_1 + x_2 + x_3 = 4$ a) II) $x_2 + x_3 = 3$ III) $x_3 = 1$ I) $3x_1 + 5x_2 + x_3 = 8$ c) II) $x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 0$ III) $2x_1 - 5x_3 = -5$	I) $3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 9$ b) II) $x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 16$ III) $2x_1 + 6x_2 + x_3 = 19$ I) $x_1 - x_2 - x_3 = 4$ d) II) $3x_1 - x_2 + x_3 = 5$ III) $3x_1 - x_2 - 5x_3 = 5$
---	--

3. Ermitteln Sie die Lösungsmenge folgender Gleichungssysteme mit dem Verfahren von Gauß. •••

I) $3x - 2y + 5z = 13$ a) II) $x - 3y - 4z = 1$ III) $5x + 6y - z = 3$	I) $-x + y + 2z = 0$ b) II) $x - 3y + 4z = 0$ III) $2x - 4y + 3z = 0$
--	---

4. Berechnen Sie mit dem Verfahren von Gauß die Lösungsmenge der Systeme, die durch die erweiterten Koeffizientenmatrizen gegeben sind.

a) $\left(\begin{array}{ccc c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 & 4 \end{array} \right)$	b) $\left(\begin{array}{ccc c} 2 & -3 & 0 & -3 \\ 1 & 3 & 3 & 0 \\ -5 & 4 & -1 & 1 \end{array} \right)$
---	--

5. Geben Sie ein lineares Gleichungssystem an, das... •••

- a) ...die Lösung $L = \{(2; 0; -1)\}$ besitzt.
- b) ...die Lösungsmenge $L = \{(3; -4; 5)\}$ besitzt, wobei kein Wert der Koeffizientenmatrix den Wert Null annehmen soll.

6. Bestimmen Sie die Parameter $a, b, c \in \mathbb{R}$ so, dass das Gleichungssystem die Lösungsmenge $L = \{(1; -2; 3)\}$ besitzt. •••

$$\begin{array}{lclclcl} \text{I)} & 2x_1 & +ax_2 & +x_3 & = & 1 \\ \text{II)} & bx_1 & & +x_3 & = & 4 \\ \text{III)} & 4x_1 & -x_2 & +cx_3 & = & -3b \end{array}$$

7. Begründen Sie rechnerisch, dass das folgende System nicht lösbar ist. •••

$$\begin{array}{lclclcl} \text{I)} & x & +y & -2z & = & 4 \\ \text{II)} & 4x & -2y & -2z & = & 3 \\ \text{III)} & -5x & +4y & +z & = & 1 \end{array}$$

Lineare Gleichungssysteme (drei Unbekannte)

Lösung

1.

- a) Einsetzen des Zahlentripels in jede der drei Gleichungen ergibt eine wahre Aussage, also löst das Zahlentripel das Gleichungssystem.
- b) In Zeile I) ergibt sich bereits ein Widerspruch, also wird das System nicht gelöst.

2. Bestimmen Sie die jeweilige Lösungsmenge.

- a) $L = \{(1; 2; 1)\}$
- b) $L = \{(3; 2; 1)\}$
- c) $L = \{(5; -2; 3)\}$
- d) $L = \{(0,5; -3,5; 0)\}$

3.

- a) $L = \{(2; -1; 1)\}$
- b) $L = \{(0; 0; 0)\}$. Befinden sich auf der rechten Seite des Gleichungssystems ausschließlich Nullen, so nennt man es ein sogenanntes **homogenes** lineares Gleichungssystem. $(0; 0; 0)$ ist hier stets eine Lösung.

4.

- a) $L = \{(-1; 0; 3)\}$
- b) $L = \{(3; 3; -4)\}$

5.

- a) z.B. I) $x_1 = 2$
II) $x_2 = 0$
III) $x_3 = -1$
- b) z.B. I) $x_1 + x_2 + x_3 = 4$
II) $x_1 + x_2 + 2x_3 = 9$
III) $x_1 + 2x_2 + x_3 = 0$

6. Einsetzen der Lösung in das Gleichungssystem ergibt $a = 2$, $b = 1$ und $c = -3$.

7. Das Gauß-Verfahren liefert einen Widerspruch in Zeile III).