

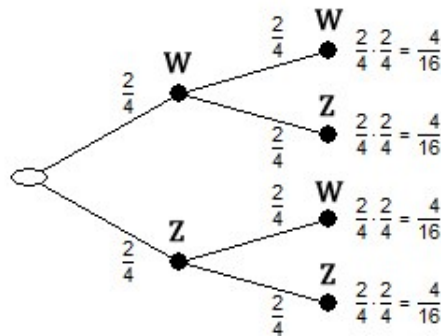
Pfadregeln Übung

1. Eine ideale Münze wird zweimal hintereinander geworfen. Geben Sie hierfür ein Baumdiagramm an und entnehmen Sie diesem eine zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung. •••
2. In einer Urne befinden sich drei gelbe und sieben blaue Kugeln. Es werden drei Kugeln aus der Urne gezogen, wobei nach jedem Zug die Kugel wieder in die Urne zurückgelegt wird („Ziehen mit Zurücklegen“). •••
 - a) Zeichnen Sie ein zugehöriges Baumdiagramm.
 - b) Geben Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung dieses Zufallsexperiments in Tabellenform an.
 - c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass verschiedenfarbige Kugeln gezogen werden.
3. In einer Lostrommel befinden sich 50 Lose, zehn davon sind Gewinne und der Rest Nieten. Es werden nacheinander drei Lose gezogen. •••
 - a) Erstellen Sie ein passendes Baumdiagramm.
 - b) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für das dreimalige Ziehen aus der Trommel an.
 - c) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
 E_1 : „Drei Nieten werden gezogen“
 E_2 : „Höchstens eine Niete“
 E_3 : „Mindestens ein Gewinn“
 E_4 : „Das dritte Los ist ein Gewinn“
4. Beim "Mensch-ärgere-dich-nicht"-Spiel hat man anfänglich drei Versuche, um eine Sechs zu Würfeln. Wie wahrscheinlich ist dies? •••
5. Ein Spielautomat besitzt drei Scheiben, die bei einem Spiel in Drehung versetzt werden. Diese drei Scheiben sind in jeweils zwölf gleich große Sektoren unterteilt. Die ersten beiden Scheiben besitzen fünf weiße und sieben schwarze Sektoren, die dritte Scheibe nur drei weiße, dafür aber neun schwarze Sektoren. Alle drei Scheiben werden in seinem Spiel gedreht und kommen nach einer gewissen Zeit zum Stehen. In einem Fenster erscheint dann von jeder Scheibe ein bestimmter Sektor. •••
 - a) Geben Sie ein Baumdiagramm für ein Spiel mit diesem Automaten an.
 - b) Ermitteln Sie die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung der Elementarereignisse.

- c) Einen Gewinn erhält man, wenn im Fenster mindestens zwei weiße Sektoren erscheinen. Berechnen Sie dafür die Wahrscheinlichkeit.
- d) Von jeder Scheibe ist einer der weißen Sektoren besonders gekennzeichnet. Den Hauptgewinn erzielt man, wenn das Fenster genau diese drei Sektoren zeigt. Wie wahrscheinlich ist hier der Hauptgewinn?
6. In einem Wintersportort sind 60% der Gäste mit dem eigenen KFZ (K) angereist, 20% mit dem Bus (B), der Rest per Zug (Z). Jeder der Gäste betreibt genau eine der Sportarten Alpinski (A), Snowboarden (S) oder Langlauf (L). Unabhängig vom gewählten Verkehrsmittel besteht die Hälfte der Gäste jeweils aus Alpinskifahrern. Von allen Gästen insgesamt sind $\frac{9}{50}$ mit dem KFZ angereiste Snowboarder. Der Anteil an Langläufern unter den Busfahrern beträgt $\frac{1}{10}$, ebenso der Anteil an Langläufern unter den Zugfahrern. •••
- a) Erstellen Sie ein zugehöriges, vollständiges Baumdiagramm, das neben den einzelnen Teilwahrscheinlichkeiten auf den Zweigen auch die Wahrscheinlichkeiten aller Elementarereignisse enthält. [Zwischenergebnis: $P(BS) = 0,08$]
- b) Stellen Sie das Ereignis E_1 : „Zufällig ausgewählter Gast ist mit dem KFZ angereist und fährt kein Snowboard“ in aufzählender Weise dar.
Beschreiben Sie $E_2 = \{KS; BS; ZA; ZS; ZL\}$ möglichst einfach mit Worten. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten dieser beiden Ereignisse.
7. In einer Urne mit einer schwarzen und mehreren weißen Kugeln wird zweimal ohne Zurücklegen gezogen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dabei genau zwei weiße Kugeln zu ziehen, beträgt $P(ww) = 0,9$. Ermitteln Sie die Anzahl n der weißen Kugeln in der Urne.
•••

Pfadregeln Lösung

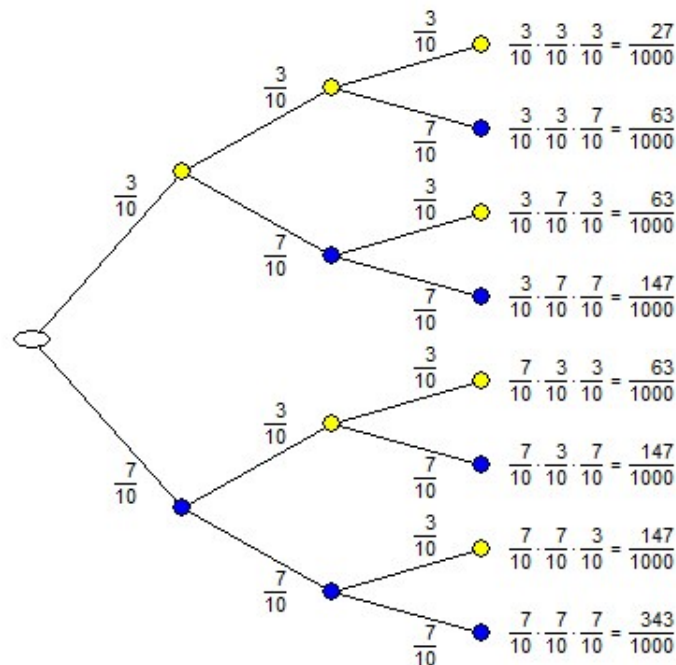
1. $\Omega = \{WW; WZ; ZW; ZZ\}$



ω	WW	WZ	ZW	ZZ
$P(\omega)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

2.

a)



b) Die Wahrscheinlichkeiten können dem obigen Baum direkt entnommen werden:

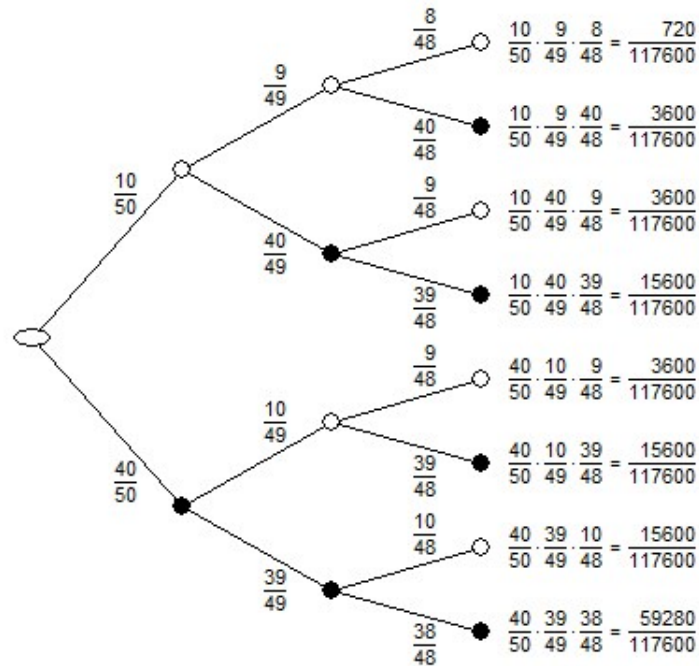
ω	ggg	gggb	ggbg	gbbg	bggb	bggb	bbgb	bbbg
$P(\omega)$	0,027	0,063	0,063	0,147	0,063	0,147	0,147	0,343

c) $P(\text{"verschiedenfarbige Kugeln"})$
 $= P(ggb) + P(gbg) + P(gbb) + P(bgg) + P(bgb) + P(bbg)$
 $= 0,063 + 0,063 + 0,147 + 0,063 + 0,147 + 0,147 = 0,630$

3. G: „Gewinn“, N: „Niete“

Hinweis: Die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Zweige sind verschieden bei jedem Zug, weil die Lose nicht wieder in die Trommel gelegt werden („Ziehen ohne Zurücklegen“).

a)



b)

ω	GGG	GGN	GNG	GNN	NGG	NGN	NNG	NNN
$P(\omega)$	$\frac{72}{11760}$	$\frac{360}{11760}$	$\frac{360}{11760}$	$\frac{1560}{11760}$	$\frac{360}{11760}$	$\frac{1560}{11760}$	$\frac{1560}{11760}$	$\frac{5928}{11760}$

c)

$$P(E_1) = P(NNN) = \frac{5928}{11760} \approx 50,4\%$$

$$P(E_2) = P(GGG) + P(GGN) + P(GNG) + P(NGG)$$

$$= \frac{72}{11760} + \frac{360}{11760} + \frac{360}{11760} + \frac{360}{11760} = \frac{66}{273} \approx 9,8\%$$

$$P(E_3) = 1 - P(NNN) = \frac{5832}{11760} \approx 49,6\%$$

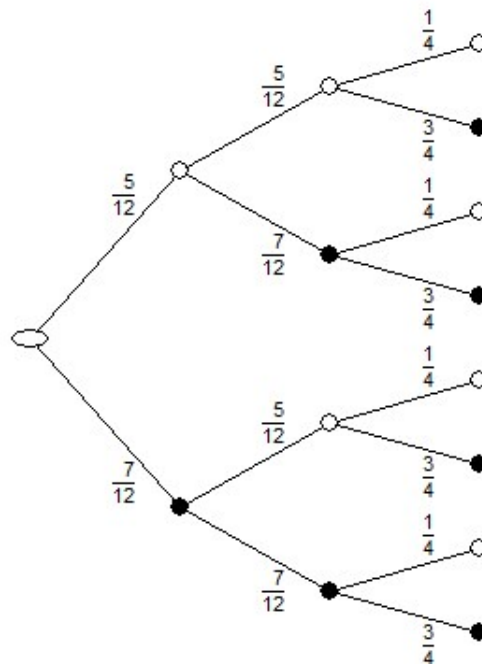
$$P(E_4) = P(GGG) + P(GNG) + P(NGG) + P(NNG)$$

$$= \frac{72}{11760} + \frac{360}{11760} + \frac{360}{11760} + \frac{1560}{11760} = \frac{2352}{11760} = 20\%$$

4. $P(\text{"mindestens eine 6"}) = 1 - P(\text{"keine 6"}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{91}{216} \approx 42,13\%$

5.

a)



b)

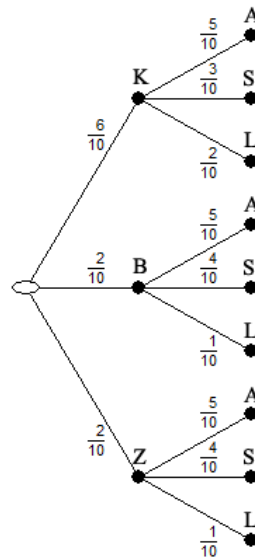
ω	www	wws	ws w	wss	sww	sws	ssw	sss
$P(\omega)$	$\frac{25}{576}$	$\frac{75}{576}$	$\frac{35}{576}$	$\frac{105}{576}$	$\frac{35}{576}$	$\frac{105}{576}$	$\frac{49}{576}$	$\frac{147}{576}$

c) $P(\text{"Gewinn"}) = P(www) + P(wws) + P(ws w) + P(sww)$
 $= \frac{25}{576} + \frac{75}{576} + \frac{35}{576} + \frac{35}{576} = \frac{170}{576} \approx 29,5\%$

d) $P(\text{"Hauptgewinn"}) = \left(\frac{1}{12}\right)^3 \approx 0,058\%$

6.

a) Die Wahrscheinlichkeit $P(KS) = \frac{9}{50} = 0,18$. Da insgesamt 60% mit dem PKW angereist sind, muss für die Wahrscheinlichkeit $P_K(S)$ gelten $0,60 \cdot P_K(S) = 0,18 \Rightarrow p = 0,30$ (Zweiter Zweig auf dem Diagramm).



ω	KA	KS	KL	BA	BS	BL	ZA	ZS	ZL
$P(\omega)$	0,30	0,18	0,12	0,10	0,08	0,02	0,10	0,08	0,02

b) $E_1 = \{KA; KL\}$

$$P(E_1) = 0,30 + 0,12 = 0,42$$

E_2 : „Zugreisender oder Snowboarder“

$$P(E_2) = 0,18 + 0,08 + 0,20 = 0,46$$

7. Ist n die Anzahl weißer Kugeln dann befinden sich anfangs $n + 1$ Kugeln insgesamt in der Urne und es gilt nach der ersten Pfadregel

$$\frac{n}{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} = 0,9.$$

Heraus kürzen von n und mit dem Nenner multiplizieren ergibt

$$\frac{n-1}{n+1} = 0,9 \Leftrightarrow n - 1 = 0,9n + 0,9 \Leftrightarrow n = 19.$$

Es befanden sich anfangs 19 weiße Kugeln n der Urne.